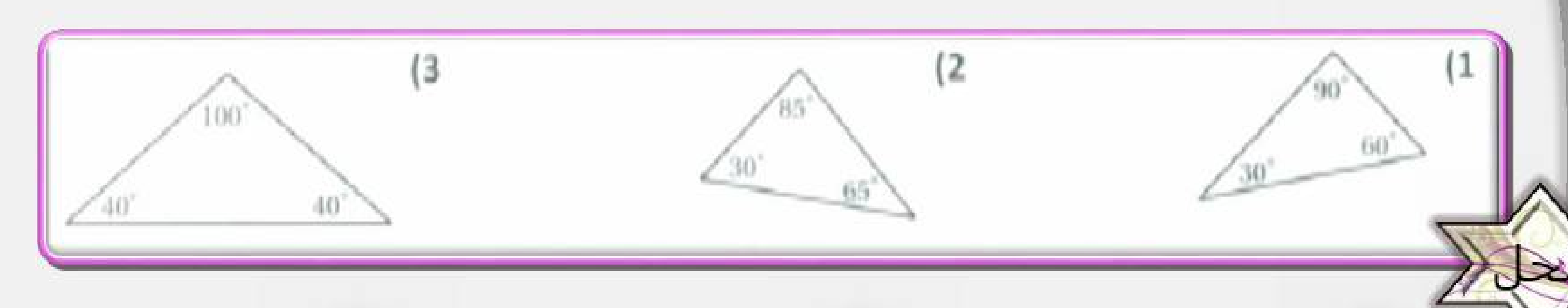
الفصل الثالث ٣-١ تصنيف المثلثات
Classifying Triangles

صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أومتطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:





في المثلث زاوية قياسها 90°

إذاً المثلث قائم الزاوية



جميع زوايا المثلث أقل من 90°

إذاً المثلث حاد الزوايا

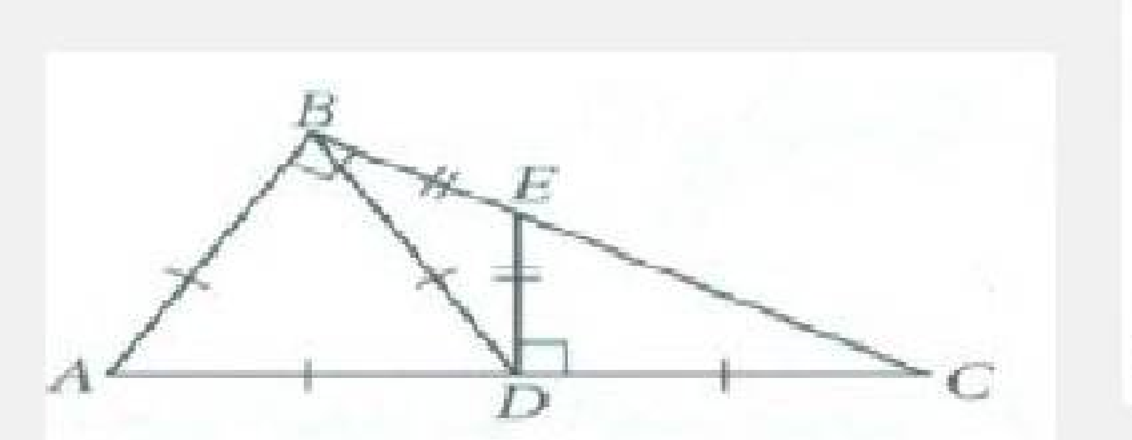


في المثلث زاوية قياسها أكبر من 90°

إذاً المثلث منفرج الزاوية



صنف كلا من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفقاً لزواياها ولأضلاعها:



4) $\triangle ABD$

5) $\triangle ABC$

6) $\triangle EDC$

7) $\triangle BDC$

الحل



إذاً المثلث متطابق الزوايا،
ومتطابق الأضلاع



إذاً المثلث قائم الزاوية،
ومختلف الأضلاع

6 في المثلث زاوية قياسها 90°
وأطوال أضلاعه مختلفة

إذاً المثلث قائم الزاوية،
ومختلف الأضلاع

7 في المثلث زاوية قياسها أكبر
من 90° وضلعين متطابقين

إذاً المثلث منفرج الزاوية،
ومتطابق الضلعين

جبر: في كل من المثلثين الآتيين أوجد قيمة x وطول كل ضلع:

8) $\triangle FGH$ متطابق الأضلاع، فيه: $FG = x + 5,\ GH = 3x - 9,\ FH = 2x - 2$





المثلث متطابق الأضلاع

FG = GH

X + 5 = 3X - 9

3X - 2 = 2X + 1

X = 7

FG = 7 + 5 = 12

GH = 3 × 7 - 9 = 12

FG = 2 × 7 - 2 = 12

جبر: في كل من المثلثين الآتيين أوجد قيمة x وطول كل ضلع:

9) $\triangle LMN$ متطابق الضلعين، فيه: $LM = LN, LM = 3x - 2, LN = 2x + 1, MN = 5x - 2$





المثلث متطابق الضلعين

$LM = LN$

$3X - 2 = 2X + 1$

$3X - 2x = 2 + 1$

$X = 3$

$LM = 3 \times 3 - 2 = 7$

$LN = 2 \times 3 + 1 = 7$

$MN = 5 \times 3 - 2 = 13$

أوجد أطول أضلاع ΔKPL في كل مما يأتي،وصنفه وفقاً لأضلاعه:

10) $K(-3, 2), P(2, 1), L(-2, -3)$

11) $K(5, -3), P(3, 4), L(-1, 1)$

12) $K(-2, -6), P(-4, 0), L(3, -1)$





$KP = \sqrt{26}$

$PL = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$LK = \sqrt{26}$

المثلث متطابق الضلعين



$KP = \sqrt{53}$

$PL = \sqrt{25} = 5$

$LK = 2\sqrt{13}$

مختلف الأضلاع

١٢

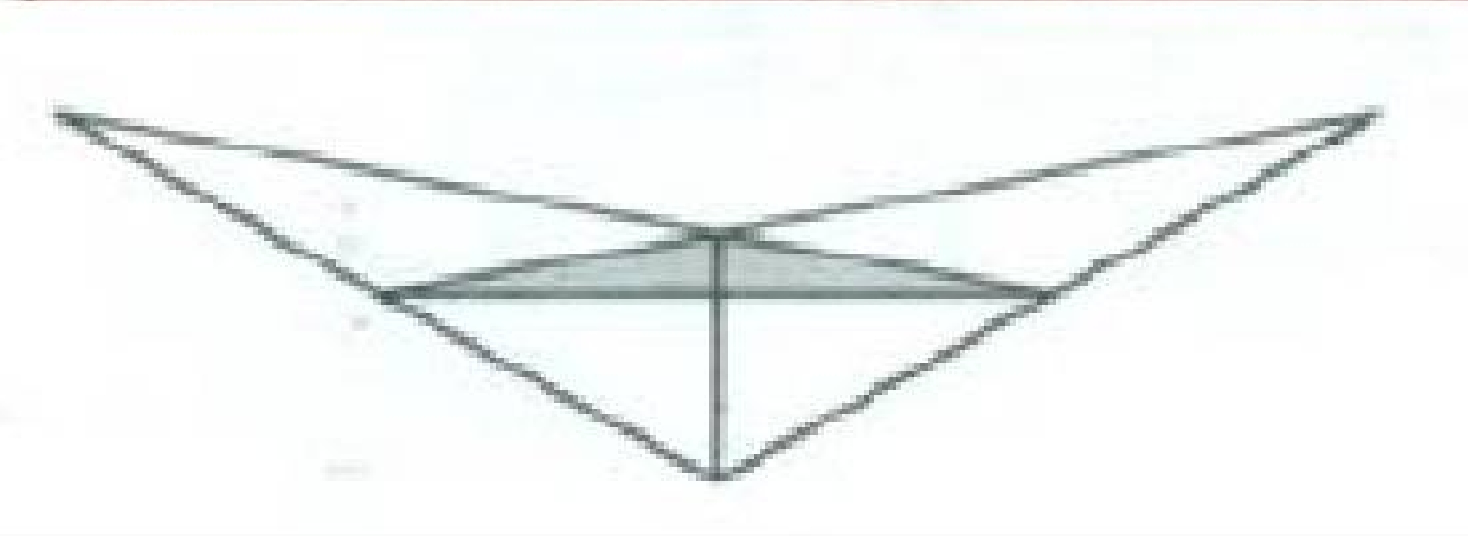
$KP = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$PL = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$LK = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

المثلث متطابق الضلعين

١٣) تصميم: شارك عبد الله في مسابقة لتصميم شعار لجمعية الحفاظ على الحياة البرية فقدم الشعار المجاور. حدد عدد الزوايا القائمة فية باستعمال المنقلة.

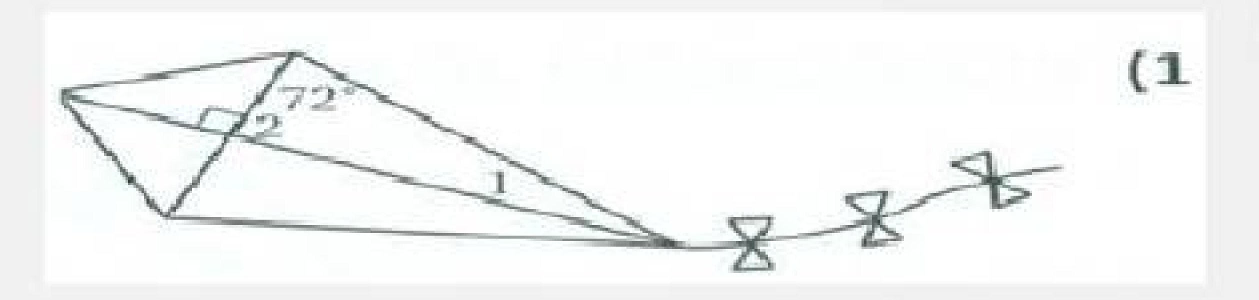


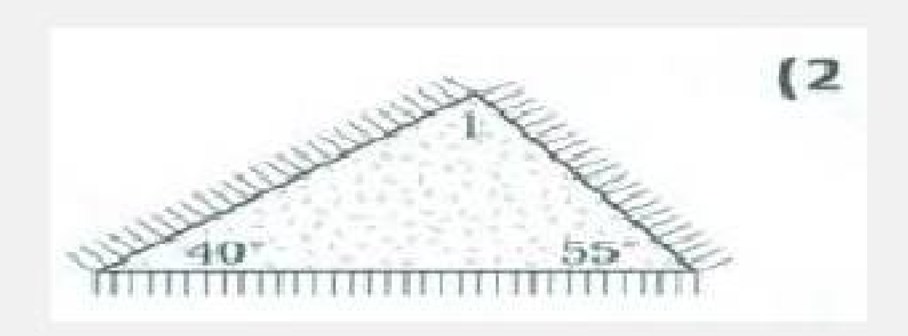




عدد الزوايا القائمة = 3 زوايا

أوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكلين الآتيين:







١

$m\angle 2 = 90^{\circ}$

$m\angle 1 + m\angle 2 + 72 = 180$

مجموع زوايا المثلث



$m\angle 1 = 18^{\circ}$



$m\angle 1 + 40 + 55 = 180$

مجموع زوايا المثلث

$m = 85^{\circ}$

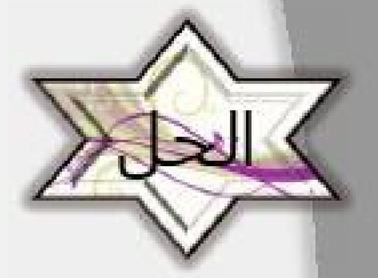


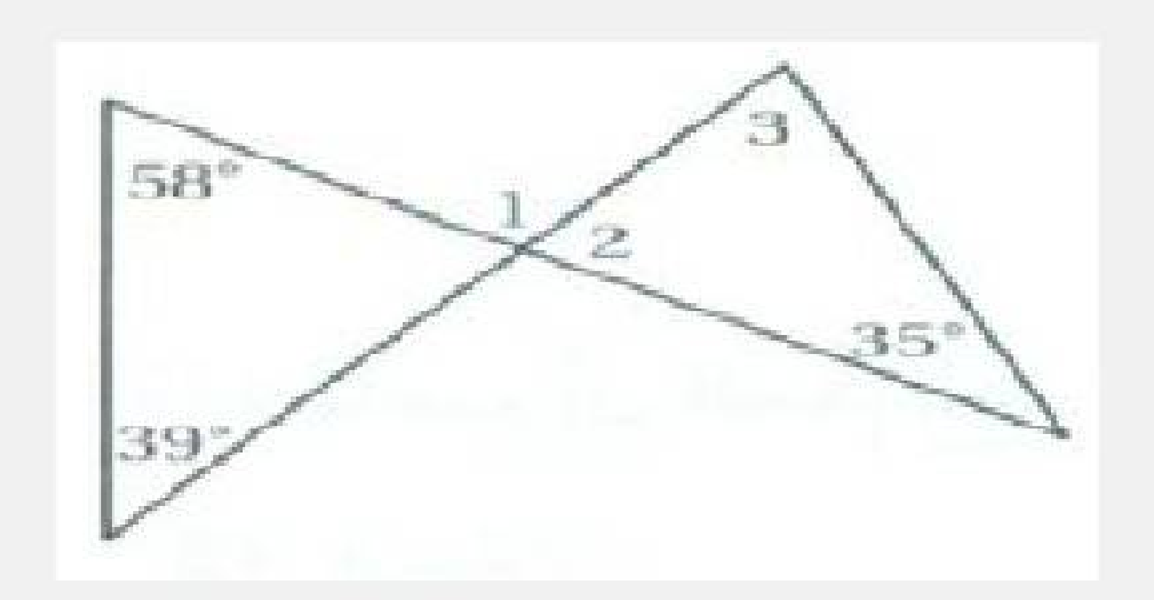
أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



4) $m\angle 2$

5) $m\angle 3$







97°

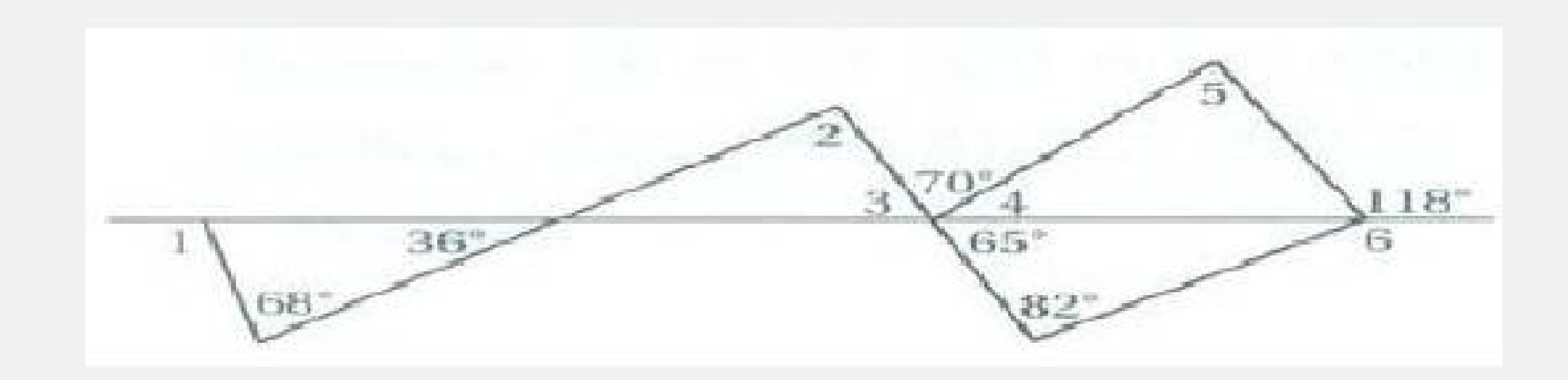


83°



62°

أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



6) $m\angle 1$

7) $m\angle 4$

8) $m\angle 3$

9) $m\angle 2$

10) $m\angle 5$

11) $m\angle 6$





104°



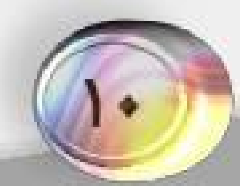
45°



65°



79°

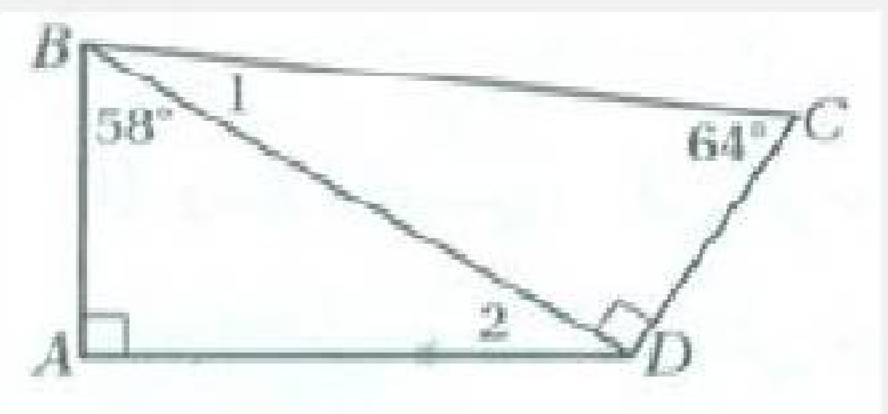


73°



147°

أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:







12 26°

13 32°

١٤) إنشاءات هندسية : يبين الشكل المجاور جزءاً من دعامة تستعمل في بناء الجسور.
أوجد $m\angle 1$.







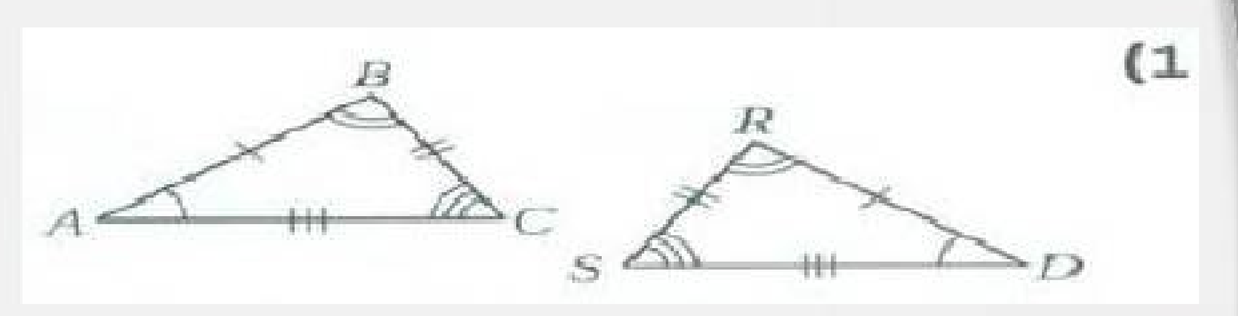
$m\angle 1 + 90 = 145$

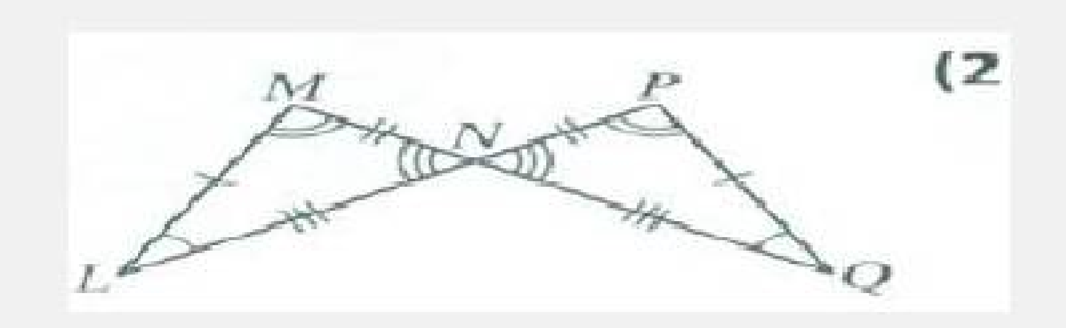
55°

الفصل الثالث

٣-٣ المثلثات المتطابقة
Congruent Triangles

فى كل من السؤالين الاتيين، بين أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة التطابق:









$\overline{BC} \cong \overline{RS}, \overline{BA} \cong \overline{RD}, \overline{DS} \cong \overline{AC}$

$\angle B \cong \angle R, \angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle S$

$\Delta BAC \cong \Delta RDS$



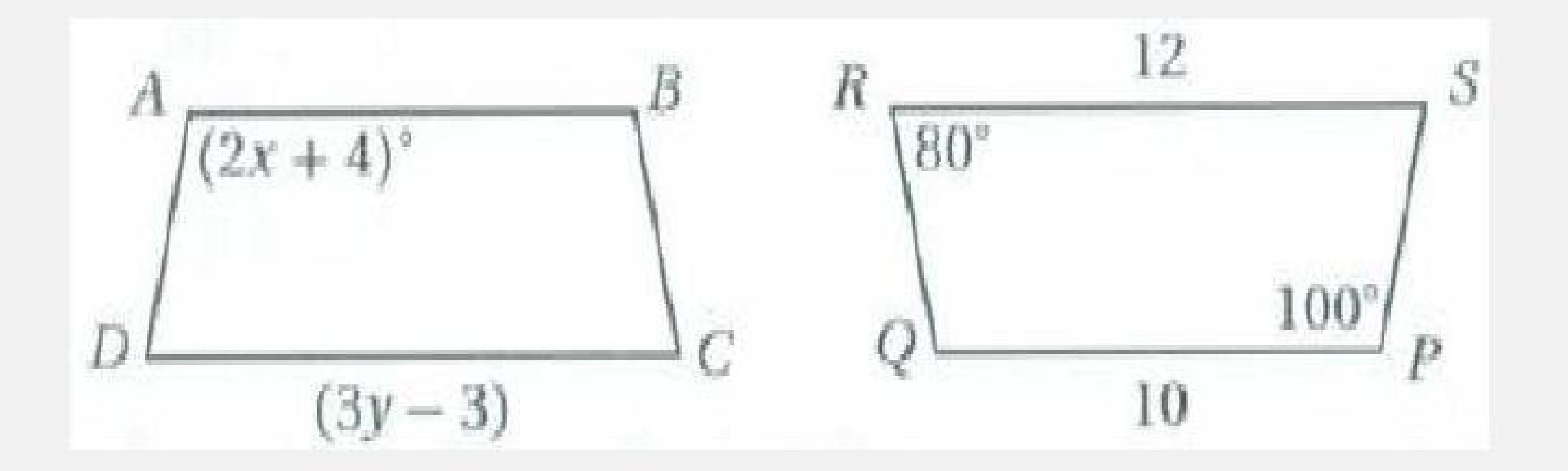
$\overline{ML} \cong \overline{PQ}, \overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{NQ} \cong \overline{NL}$

$\angle L \cong \angle Q, \angle M \cong \angle P, \angle MNL \cong \angle PNQ$

$\Delta LMN \cong \Delta QPN$



إذا علمت أن المضلع ABCD ≡ المضلع PQRS فأوجد



3) قيمة x.

4) قيمة y.

الحل



$2X + 4 = 100$

$2X = 96$

$X = 48$





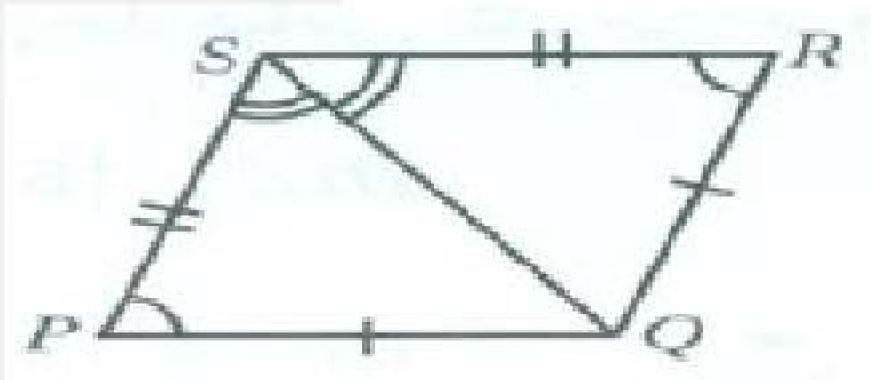
$3y = 15$

$y = 5$

5) برهان: اكتب براهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\angle P \cong \angle R, \angle PSQ \cong \angle RSQ, \overline{PQ} \cong \overline{RQ}\ , \overline{PS} \cong \overline{RS}$

المطلوب: إثبات أن $\triangle PQS \cong \triangle RQS$.



الحل

5

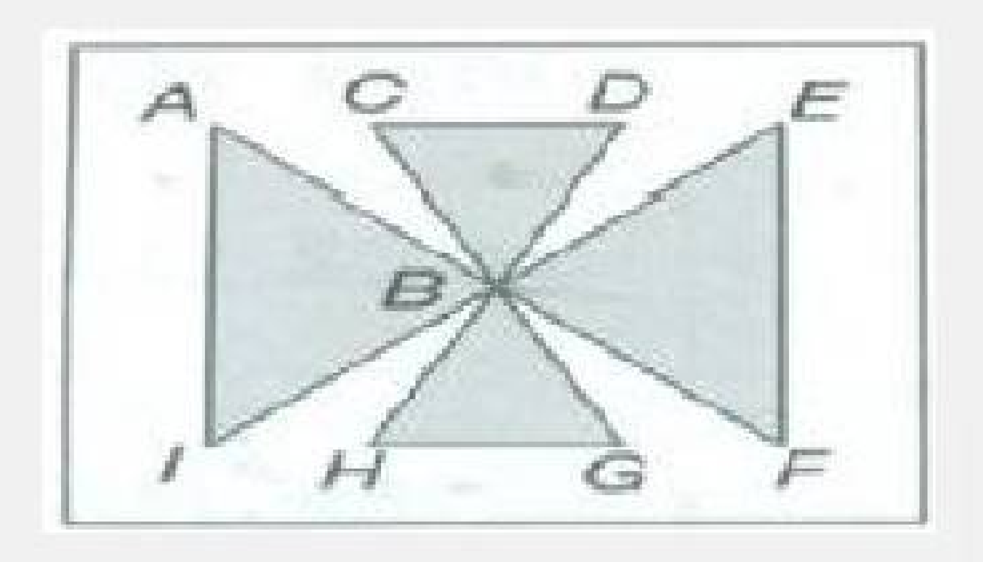


العبارات	المبررات
$\angle P \cong \angle R, \angle PSQ \cong \angle RSQ$	معطيات
$\angle PSQ = \angle RSQ$	نظرية الزاوية الثالثة
$\overline{PQ} \cong \overline{RQ}, \overline{PS} \cong \overline{RS}$	معطيات
$\overline{Q\ S} = \overline{Q\ S}$	خاصية الانعكاس
$\Delta PQS \cong \Delta RQS$	العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة

6) رسم هندسي: في الرسم المجاور

a) عيّن المثلثات التي تبدو متطابقة.

b) سمّ الزوايا المتطابقة والأضلاع المتطابقة لكل مثلثين متطابقين .







$$\Delta ABL \cong \Delta EBF, \quad \Delta CBD \cong \Delta HBG$$



$$\angle A \cong \angle E, \angle L \cong \angle F, \angle ABL \cong \angle EBF$$

$$\overline{AB} \cong \overline{EB}, \overline{BL} \cong \overline{BF}, \overline{AL} \cong \overline{EF}$$

$$\angle C \cong \angle H, \angle D \cong \angle G, \angle CBD \cong \angle HBG$$

$$\overline{CB} = \overline{HB}, \overline{BD} = \overline{BG}, \overline{CD} = \overline{HG}$$

حدد ما إذا كان ▲DEF ≡▲PQR في كل من السؤالين الآتيين وضح إجابتك

1) $D(-6,1), E(1,2), F(-1,-4), P(0,5), Q(7,6), R(5,0)$

2) $D(-7,-3), E(-4,-1), F(-2,-5), P(2,-2), Q(5,-4), R(0,-5)$



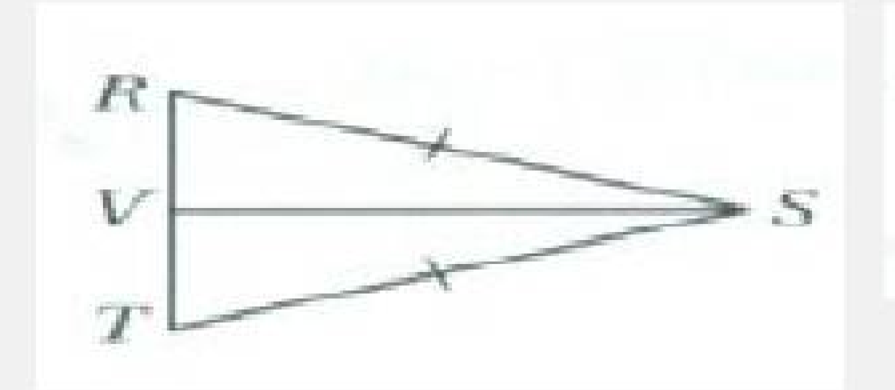


1) بايجاد أطوال اضلاع كلا المثلثين نجد أن الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة ويكون $\Delta DEF \cong \Delta PQR$

2) بايجاد أطوال اضلاع كلا المثلثين نجد أن الأضلاع المتناظرة غير متطابقة لذا فإن المثلثين غير متطابقين



٣) برهان: اكتب براهاناً تسلسلياً.

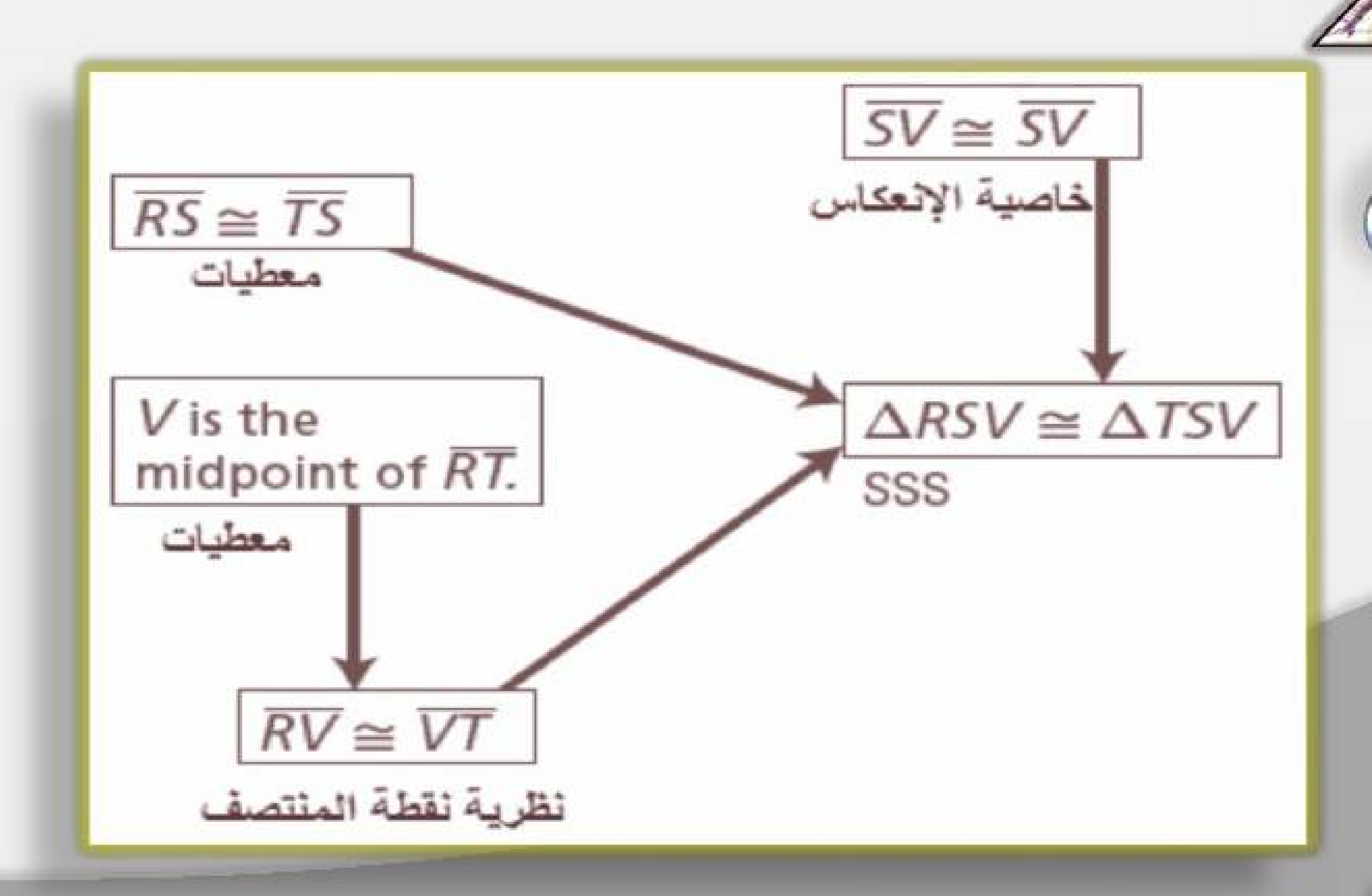


المعطيات: $\overline{RS} \cong \overline{TS}$ ، V نقطة منتصف $\overline{RT}$

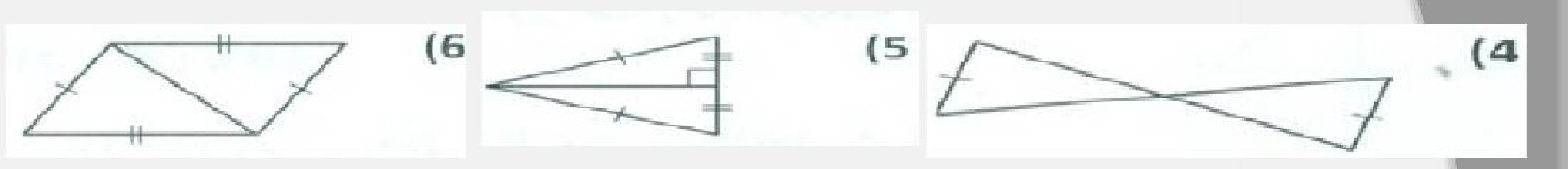
المطلوب: إثبات أن $\triangle RSV \cong \triangle TSV$

الحل

3



المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات تطابق المثلثين في كل من الأسئلة الآتية، وإذا لم يكن إثبات تطابقهما ممكناً، فاكتب "غير ممكن":







غير ممكن

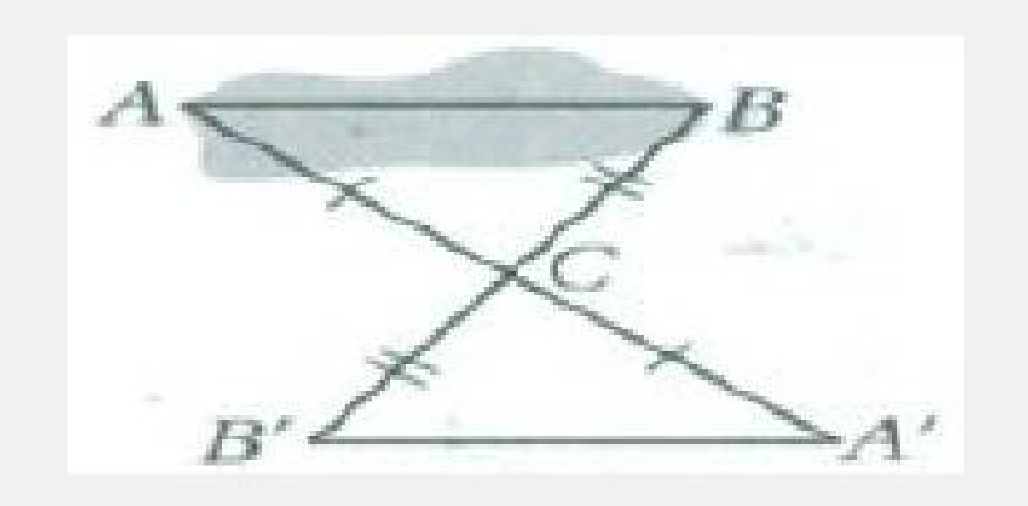


SSS أو SAS



SSS

7) القياس غير المباشر: رسم حامد مثلثين متطابقين كما في الشكل المجاور لقياس عرض بحيرة صغيرة.كيف يعرف أن الطولين A’B’ , AB متساويان؟







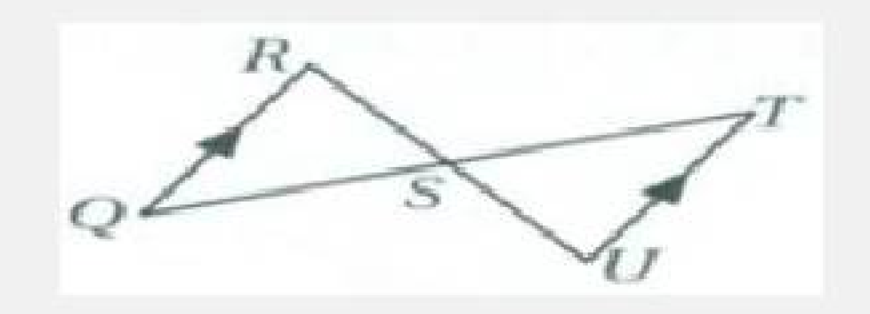
e $\angle ACB \cong \angle A'CB'$ زاويتين متقابلتين بالرأس

SAS e $\overline{AC} \cong \overline{A'C}, \overline{BC} \cong \overline{B'C}$

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C$

من تعريف التطابق ينتج أن AB و $A`B`$ متساويان

برهان: اكتب البرهان المحدد في كل من السؤالين الآتيين:



1) اكتب برهانًا تسلسليًا.

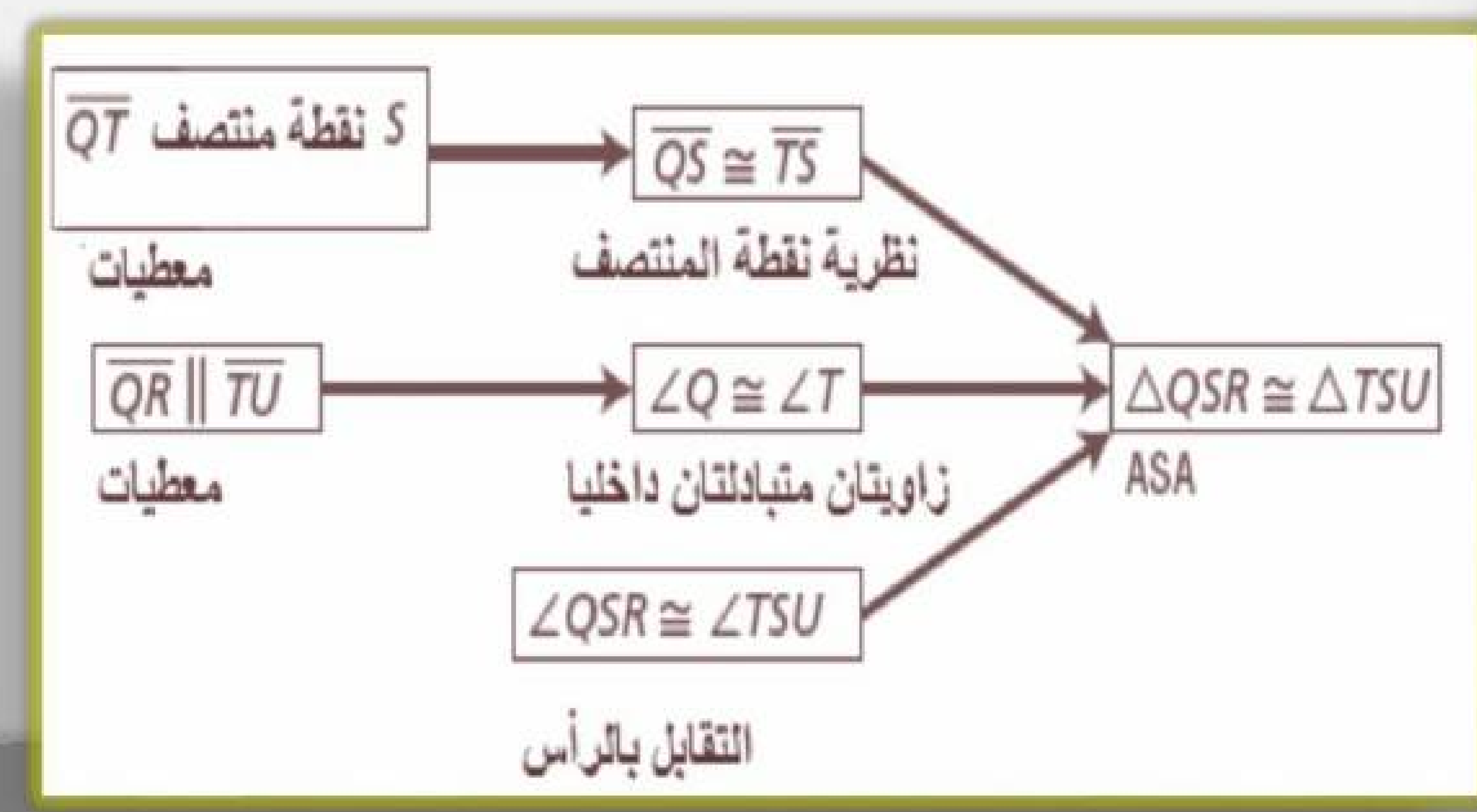
المعطيات: S نقطة منتصف $\overline{QT}$ ، $\overline{QR} \parallel \overline{TU}$.

المطلوب: إثبات أن $\triangle QSR \cong \triangle TSU$.



1

البرهان:





2) اكتب برهانا حرا.

المعطيات: $\angle F \cong \angle D$ ، $\overline{GE}$ تنصف $\angle DEF$.

المطلوب: إثبات أن $\overline{DG} \cong \overline{FG}$.



البرهان:



$\therefore \angle DEG \cong \angle FEG$

$\because \angle D = \angle F$

$\overline{GE} \cong \overline{GE}$ خاصية الانعكاس

$\therefore \Delta DEG \cong \Delta FEG$

بحسب المسلمة AAS العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة

فان $\overline{DG} \cong \overline{FG}$

هندسة العمارة: استعمل المعلومات الآتية لإجابة عن السؤالين 3,4.
استعمل مهندس تصميم النافذة المبينة في الشكل المجاور عند إعادة هيكلة قاعة للرسم. حيث إن AB=CB=3FT

3) إذا كانت D نقطة منتصف $\overline{AC}$ ، فبيِّن ما إذا كان $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ أم لا. وفسِّر إجابتك .



3

بما أن D منتصف $\overline{AC}$

فان $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ بحسب نظرية نقطة المنتصف و

كذلك $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ بحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة وبحسب خاصية الانعكاس

لذلك فان $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ بحسب SSS

هندسة العمارة: استعمل المعلومات الآتية لإجابة عن السؤالين 3,4.
استعمل مهندس تصميم النافذة المبينة في الشكل المجاور عند إعادة هيكلة قاعة للرسم. حيث إن AB=CB=3FT

4) إذا كانت $\angle C \cong \angle A$، فبيّن ما إذا كان $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ أم لا. وفسِّر إجابتك.





نعلم أن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

$\angle A = \angle C$

ونعلم ايضا أن $\overline{BD} \cong \overline{BD}$

بحسب خاصية الانعكاس

وبما أنه لا يمكن إثبات تماثل مثلثين في حالة SSA

لذا لا يمكن الحكم على تطابق المثلثين $\Delta CBD \cong \Delta ABD$ في هذه الحالة.

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الأتية:

1) إذا كان $\overline{RT} \cong \overline{RV}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

2) إذا كان $\overline{SV} \cong \overline{RS}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

3) إذا كانت $\angle STR \cong \angle SRT$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

4) إذا كانت $\angle SVT \cong \angle STV$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.





$\angle RVT \cong \angle RTV$



$\angle SRV \cong \angle SVB$




$\overline{ST} \cong \overline{SR}$

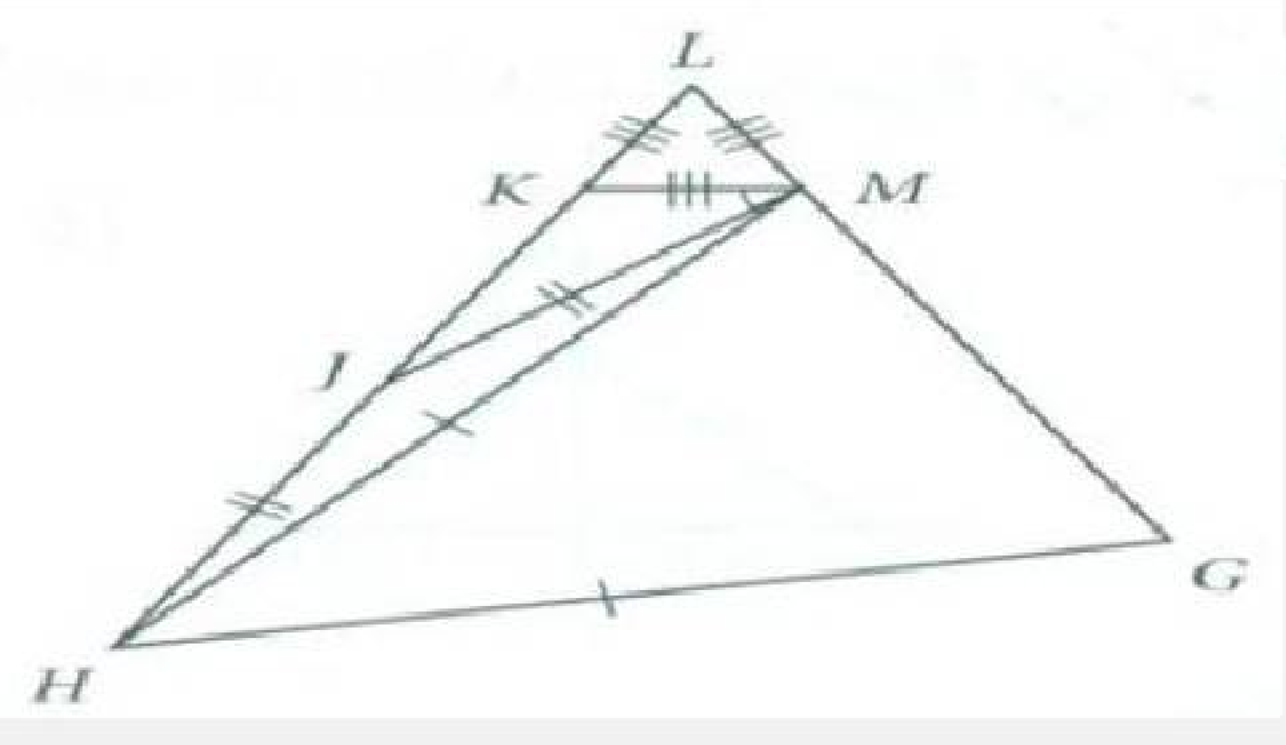
٤
$\overline{ST} \cong \overline{SV}$



أوجد قياس كل مما يأتي، علماً بأن HMK=50 ∠ :

5) $m\angle KML$

6) $m\angle HMG$



7) $m\angle GHM$





$m\angle KML = 60^\circ$

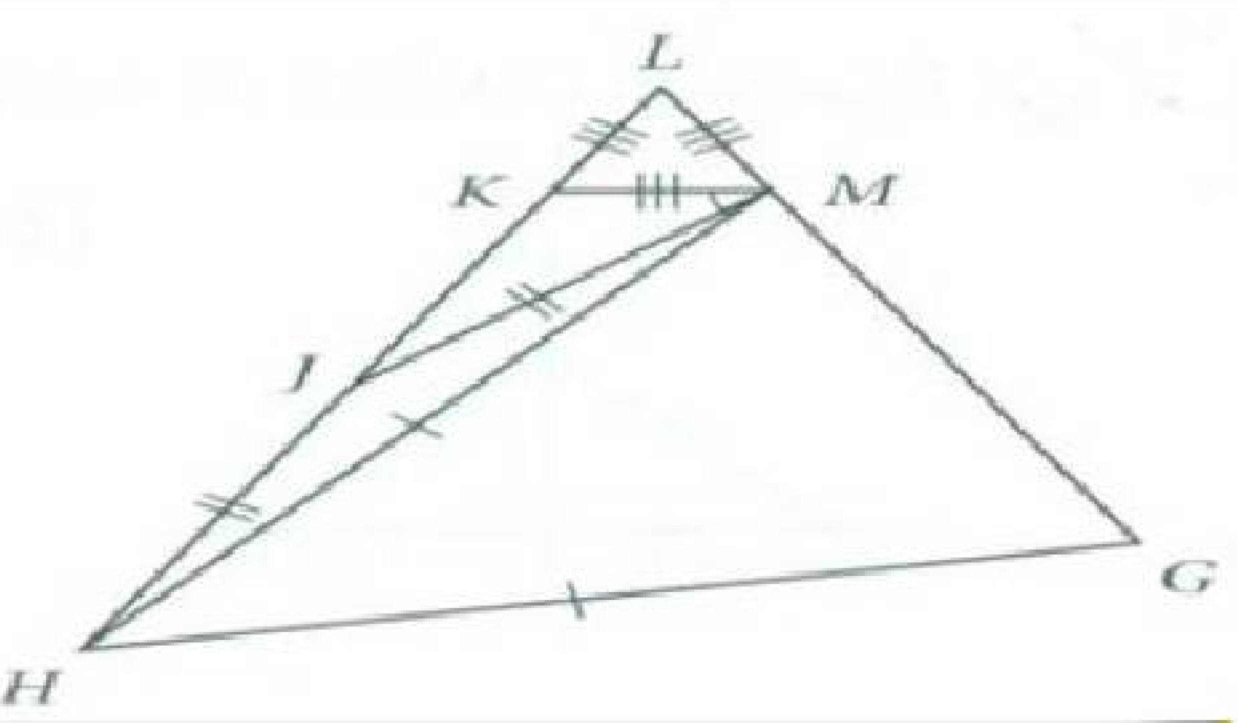


$m\angle HMG = (180-(50+60)) = 70^\circ$



$m\angle GHM = (180-(70+70)) = 40^\circ$

٨) إذا كان $m\angle HJM = 145^\circ$ ، فإوجد $m\angle MHJ$





8

$$\because \overline{JM} = \overline{JH}$$

$$\therefore m\angle JHM = m\angle MH$$

$$\because m\angle HJM = 145^\circ$$

$$\therefore m\angle MHJ = (180 - 145) \div 2$$

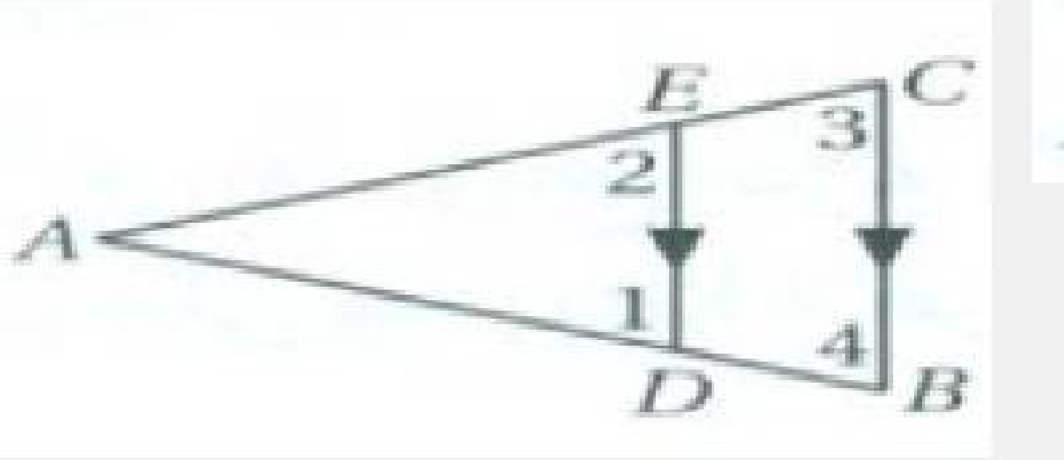
$$\therefore m\angle MHJ = 17,5$$

9) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: إثبات أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

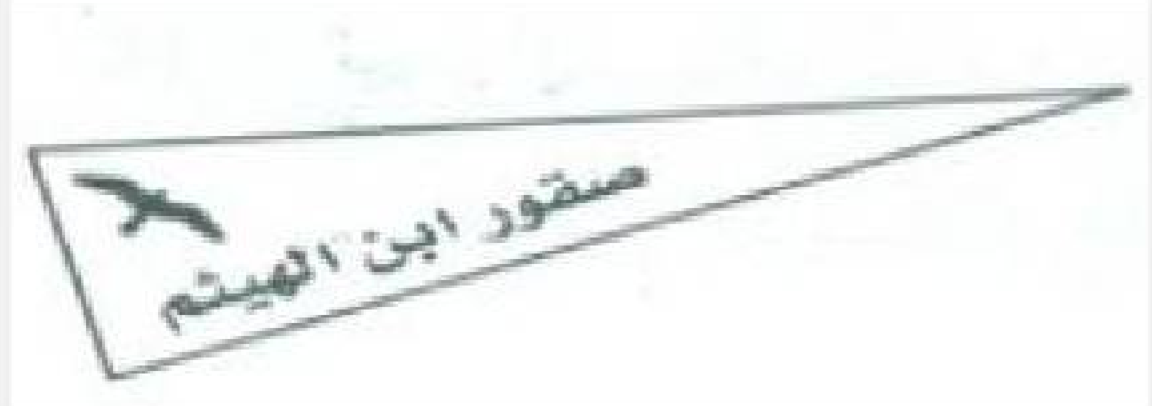




المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
الزاويتان المتناظرتان متطابقتان	$\angle 1 \cong \angle 4$ $\angle 2 \cong \angle 3$
معطي	$m\angle 1 = m\angle 2$
تطابق الزوايا	$m\angle 3 = m\angle 4$
إذا تطابقت زاويتان في مثلث فان الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين متطابقان	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

10) رياضة: راية فريق كرة القدم في مدرسة ابن الهيثم الثانوية على شكل مثلث متطابق الضلعين. إذا كان قياس زاوية رأس المثلث 18، فأوجد قياس كل من زاويتي القاعدة.





10

بما أن قياس زاوية الرأس = 18

إذاً قياس زاويتي القاعدة = 18 – 180= 162

بما أن المثلث متطابق الضلعين

إذاً زاويين القاعدة متساويتين

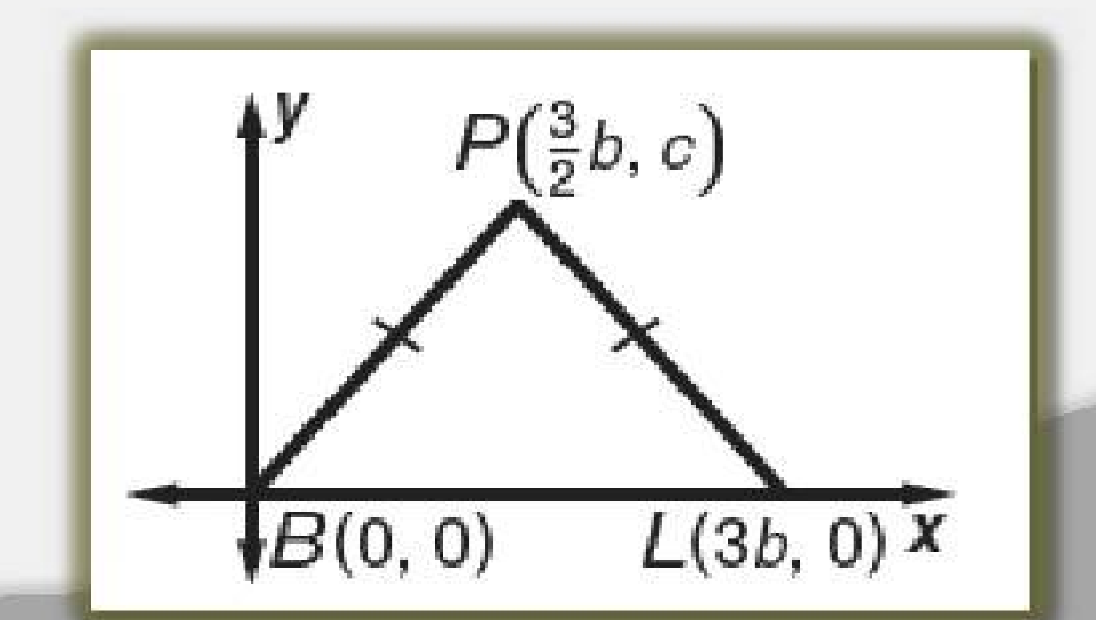
قياس الزاوية الواحدة = 162÷ 2=81

مثل كلا من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي واكتب احداثيات رؤسهما.


1) $\triangle BLP$ متطابق الضلعين، وطول قاعدته $\overline{BL}$ يساوي $3b$ وحدةً.









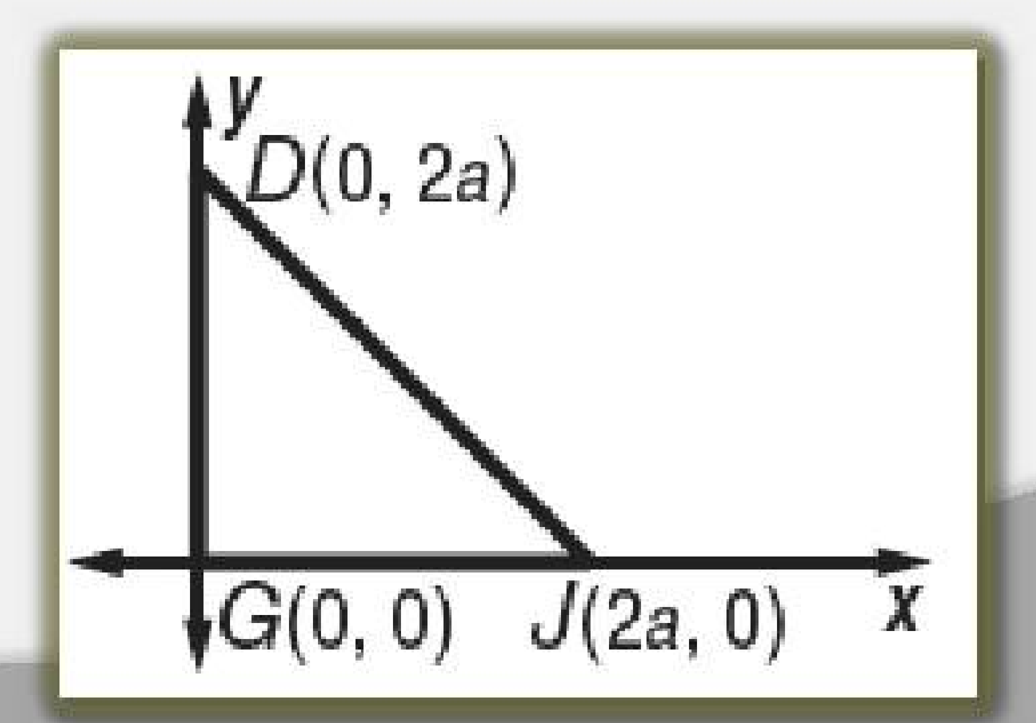
مثل كلا من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي واكتب احداثيات رؤسهما.

2) $\triangle DGJ$ قائم الزاوية ومتطابق الساقين، وتره $\overline{DJ}$. وطول كلٍّ من ساقيه $2a$ وحدةً.



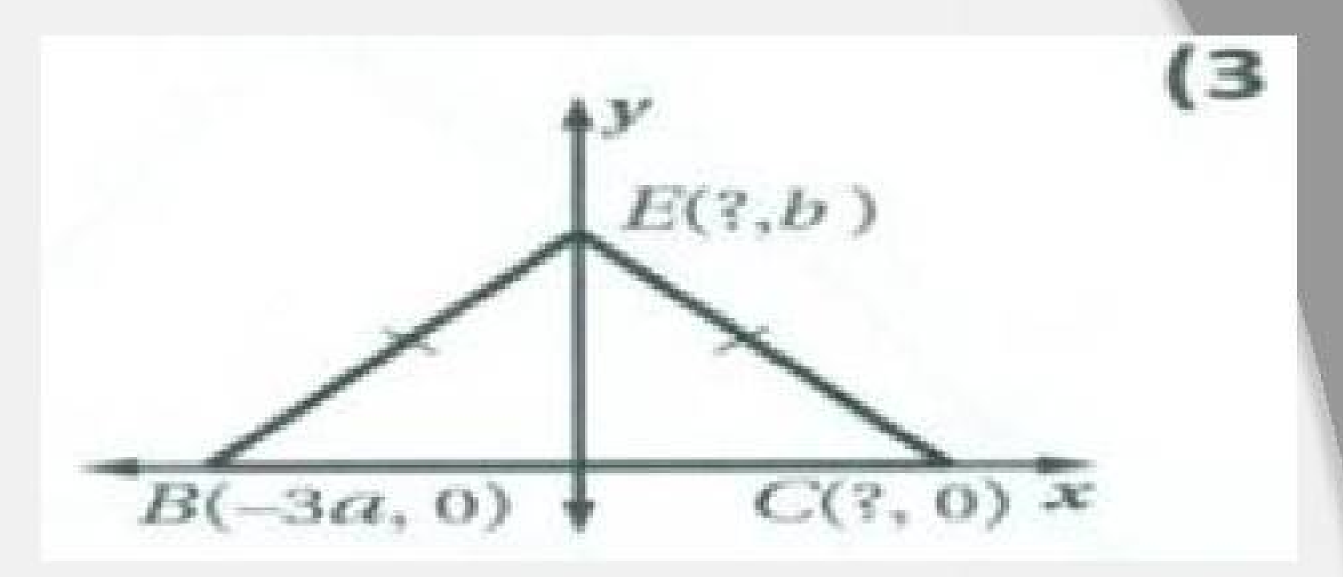


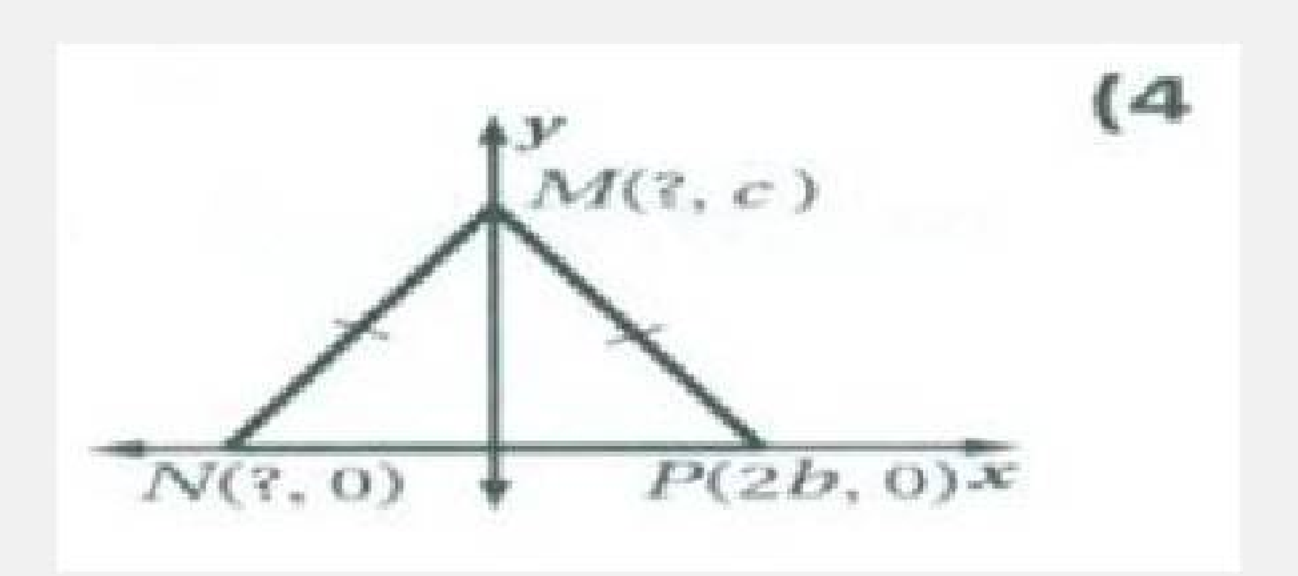






أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:









C(3a,0) , E(0, b)



M(0 , c) , N(-2b, 0)

اتجاهات استعمل المعلومات التالية لحل السؤالين 5,6:

تقع مدرسة كمال عند تقاطع الشارعين المتعامدين x,y، ويقع منزله على بعد 6km شرق الشارع y، 4km شمال الشارع x،ويقع مسجد الحي الذي يعيش فيه كمال على بعد 2km غرب الشارع y،3km شمال الشارع x.

5) **برهان:** اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن منزل كمال ومدرسته والمسجد تشكّل رؤوس مثلث قائم الزاوية.

المعطيات: $\triangle SHM$

المطلوب: إثبات أن $\triangle SHM$ قائم الزاوية.

$H(6, 4)$ ، $M(-2, 3)$ ، $S(0, 0)$



$$SH = \frac{4-0}{6-0} = \frac{2}{3}$$

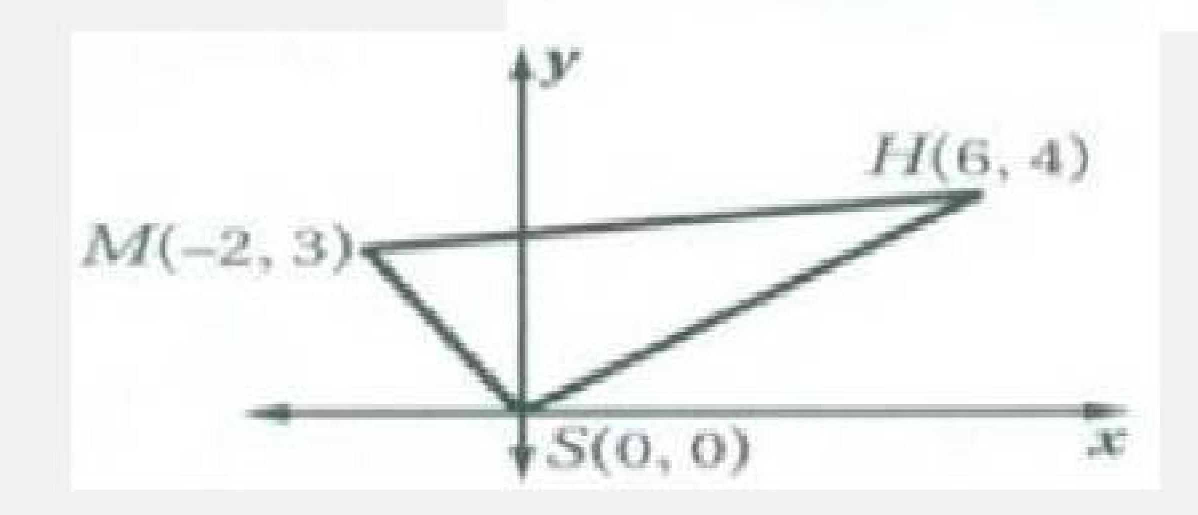
$$SM = \frac{3-0}{-2-0} = -\frac{3}{2}$$

وبما أن حاصل ضرب ميليهما يساوي

-1 فان $SH \perp SM$

لذا فان ΔSHM قائم الزاوية

6) أوجد المسافة بين منزل كمال والمسجد.







البرهان:

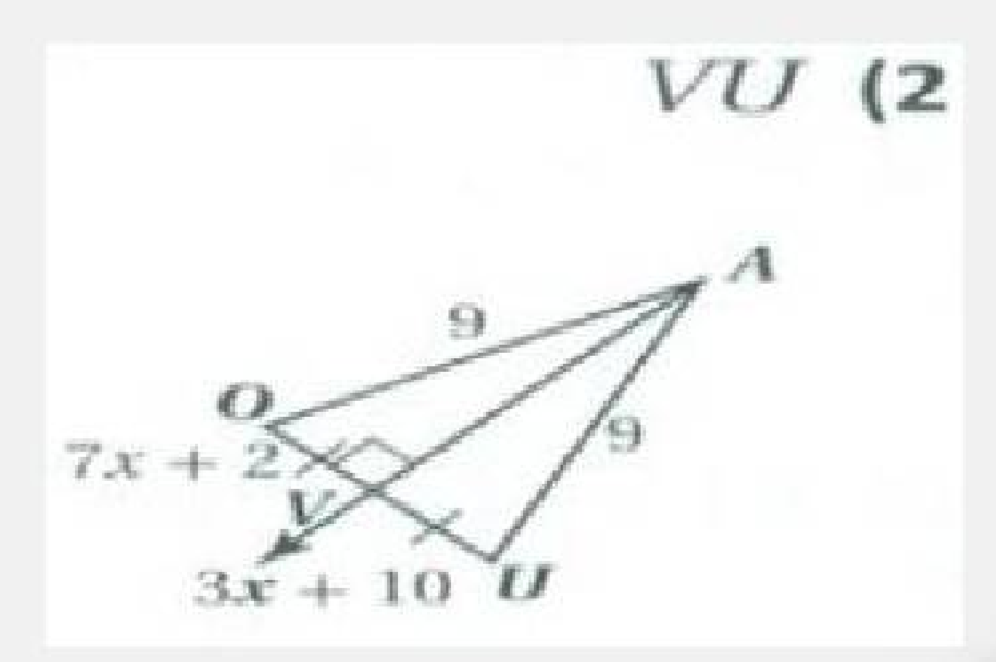
$$HM=\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}$$

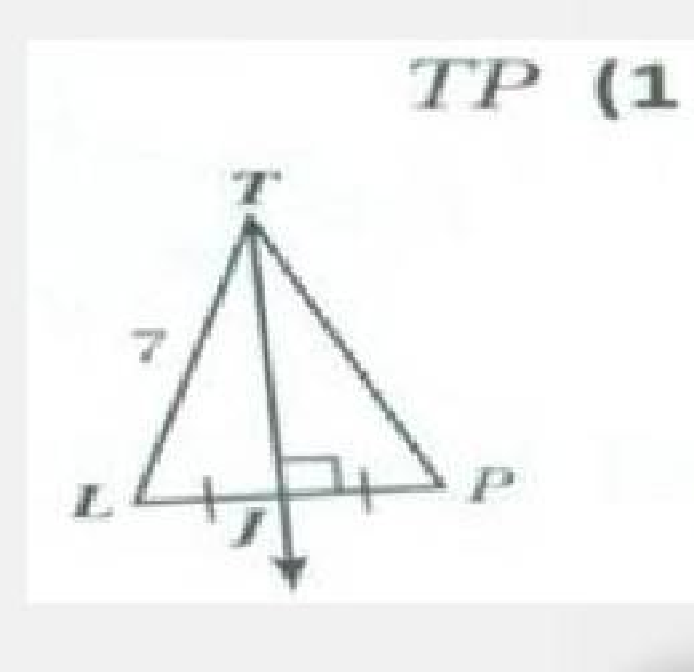
$$HM=\sqrt{(-2-6)^2+(3-4)^2}=\sqrt{64+1}=\sqrt{65}$$

$$HM=8.1$$

المسافة بين منزل كمال والمسجد 8.1 تقريباً

أوجد كل قياس مما يأتي:





الحل

١

من المعطيات $\overline{TJ}$ منصف لـ $\overline{LP}$

$\overline{TP} \cong \overline{TL}$ نظرية العمود المنصف

TP = 7

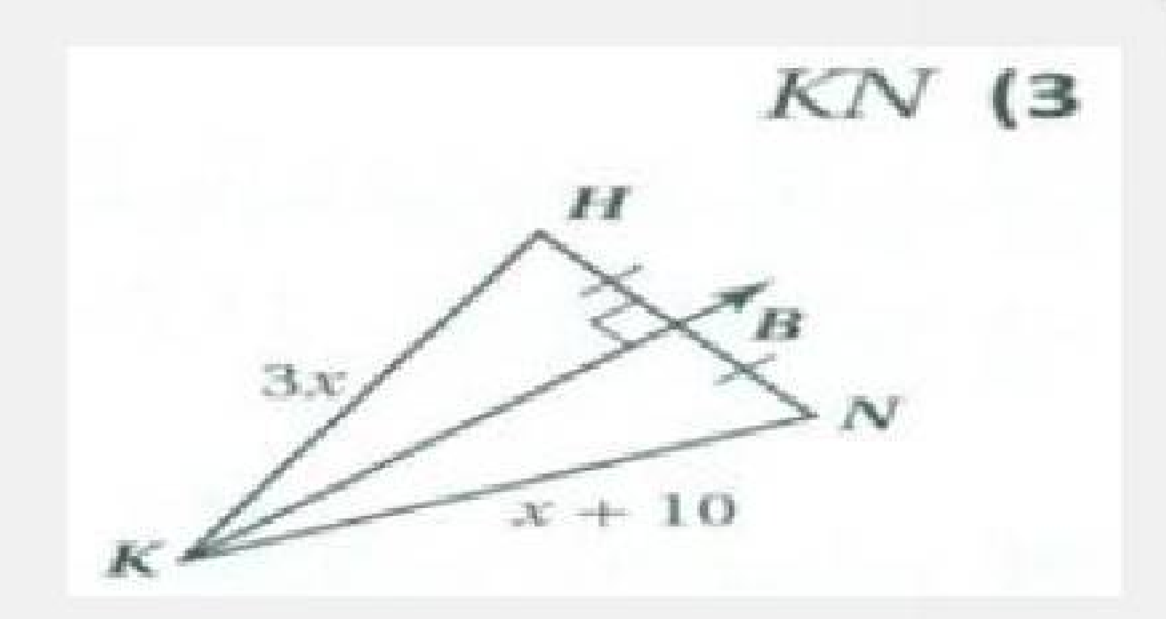


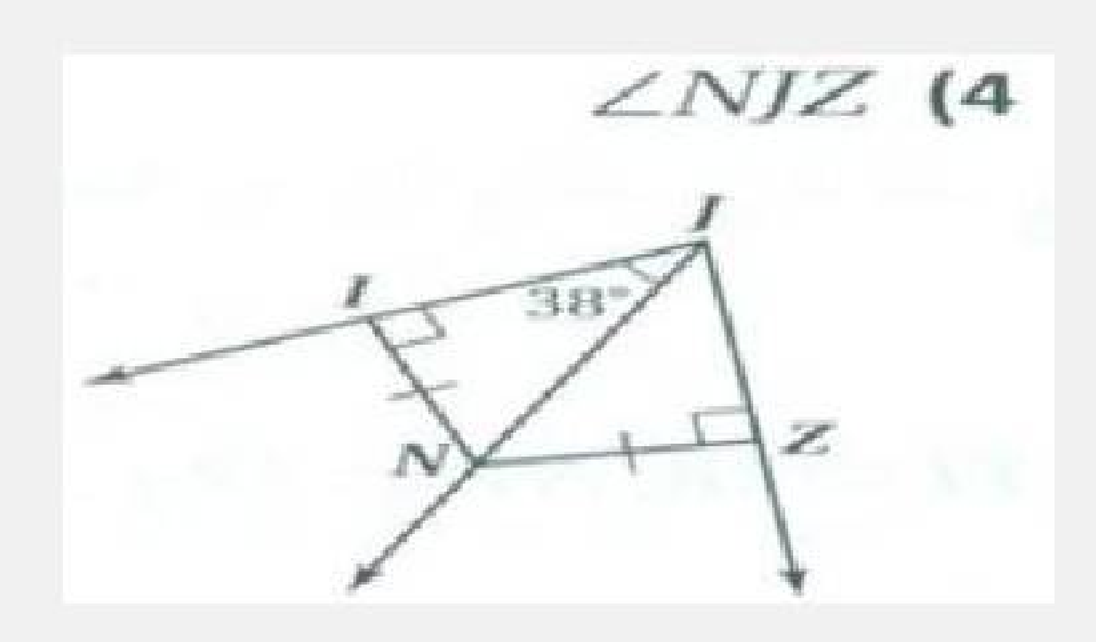
7x+ 2= 3x+10

x = 2

3(2) + 10= 16

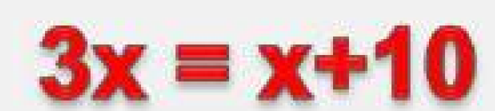
أوجد كل قياس مما يأتي:

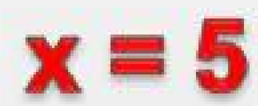






٣





KN = x + 10= 5+10

KN = 15

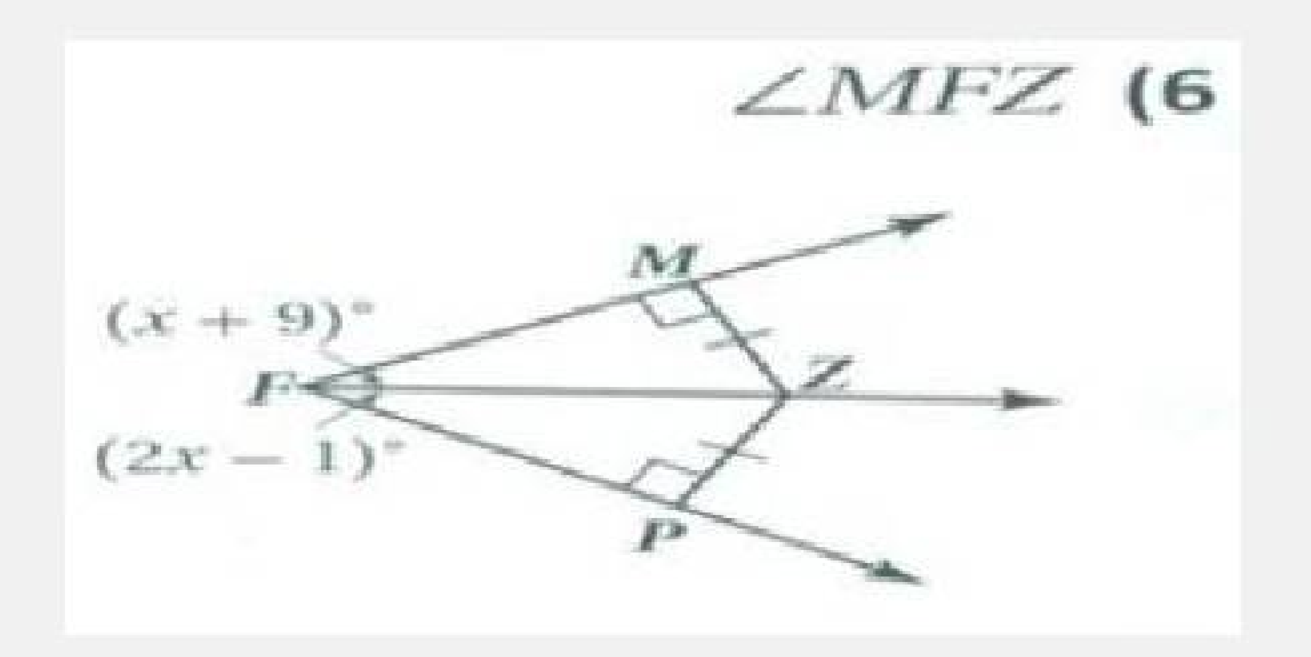


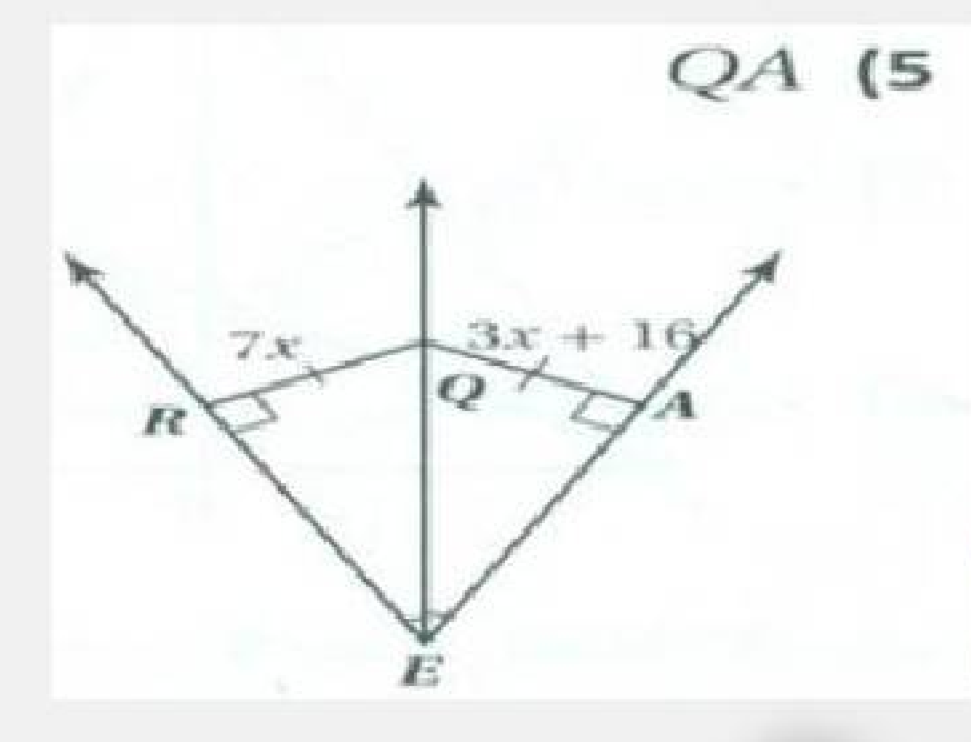


∠ NJZ ≅ NJI



أوجد كل قياس مما يأتي:









٥

$3x + 16 = 7x$

$x = 4$

$QA = 3x + 16 = 3(4) + 16$

$QA = 28$

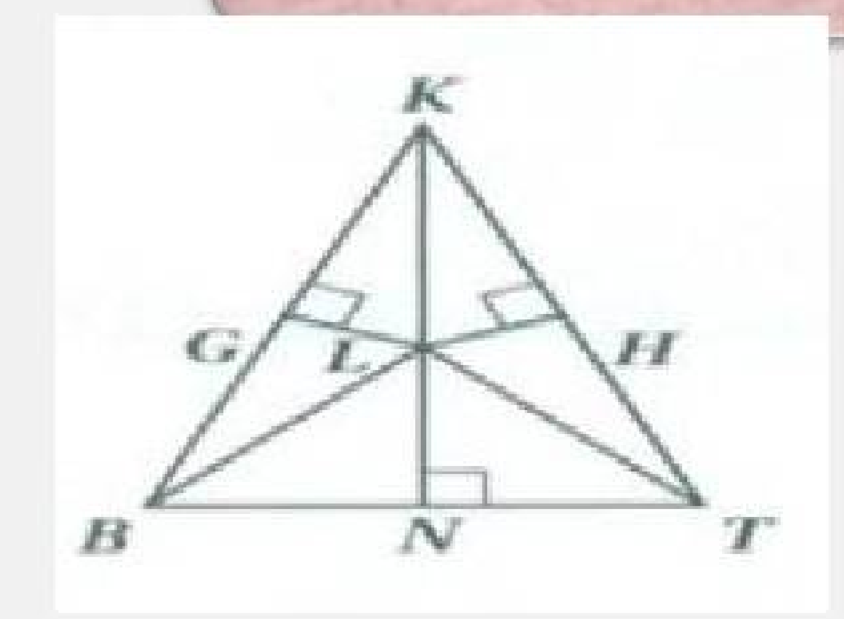
$\angle MFZ = \angle PFZ$ عكس نظرية منصف الزاوية

$X + 9 = 2x - 1$

$X = 10$

$m\angle MFZ = 10 + 9 = 19$

النقطة L مركز الدائرة الخارجية لـ BKT Δ .
اكتب جميع القطع المستقيمة التي تطابق القطعة المعطاة في كل سؤال مما يأتي:







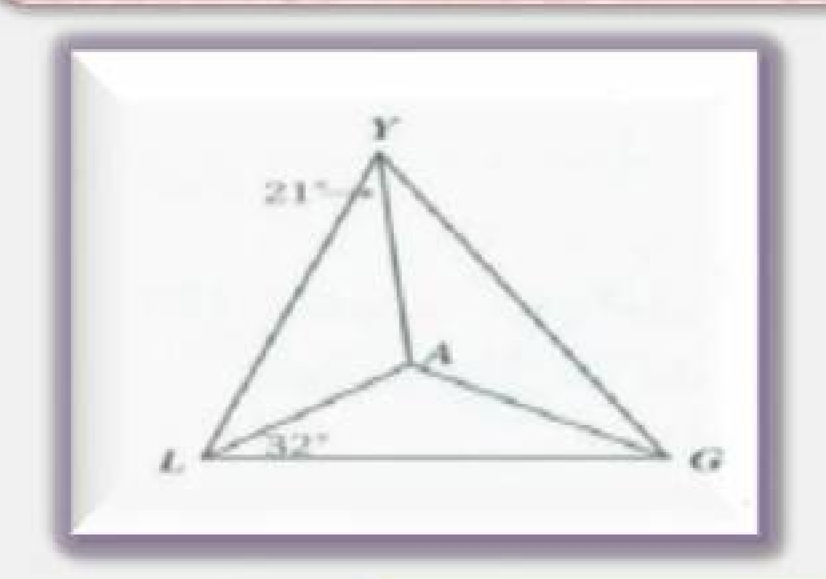








إذا كانت النقطة A مركز الدائرة الداخلية لـ ΔLYG ،
فأوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:





$\angle YLA$ (9

$\angle YGA$ (10





$\angle YLA = \angle GLA$ نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

$m\angle YLA = 32$



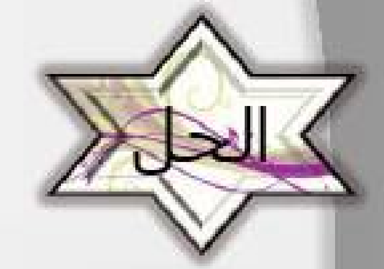
$m\angle LYG = 2m\angle LYA = 42$

$m\angle YLG = 2m\angle GLA = 64$

$m\angle YGL = 180 - (64 + 42)\ 74$

$m\angle YGA = \frac{1}{2}(74) = 37$

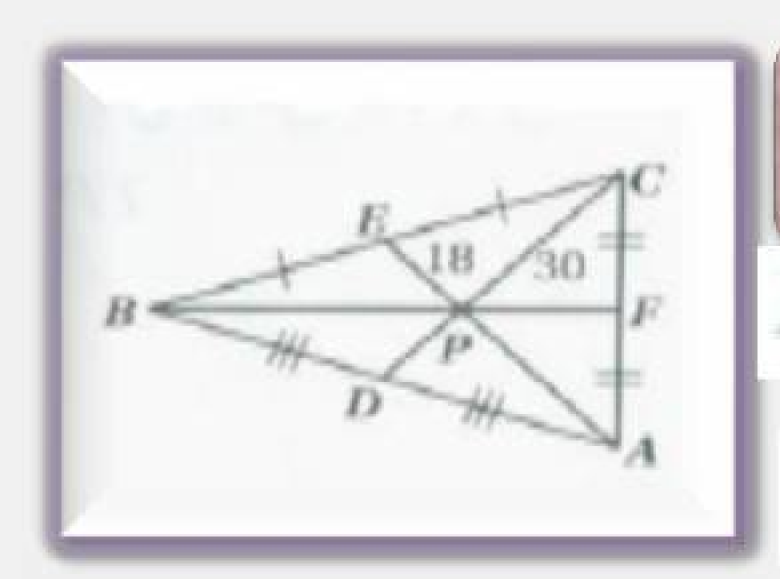
11) هندسة: حديقة منزلية مثلثة الشكل قياسات زواياها 60,70,50. ويريد مهندس زراعي أن يثِّبت عمود إنارة في مكان يكون على أبعاد متساوية من حواف الحديقة. فكيف يمكنه تعيين موقع العمود؟





يعين مركز الدائرة الداخلية لمثلث وهونقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث.

٤-٢ القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث
Medians and Altitudes of triangle



إذا كانت النقطة p مركز ABC∆، و18= 3039= CP, EP ,= BF.
فأوجد طول كل مما يأتي:

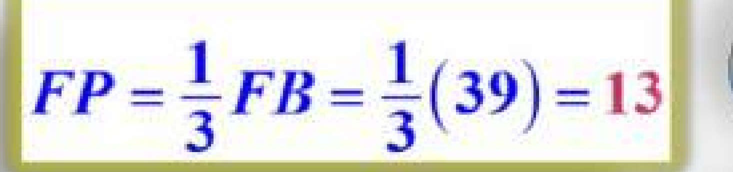
1) PD
2) FP
3) BP
4) CD
5) PA
6) EA

الحل



$DP = \frac{1}{2} PC = 15$







$BP = \frac{2}{3}(39) = 26$

٤

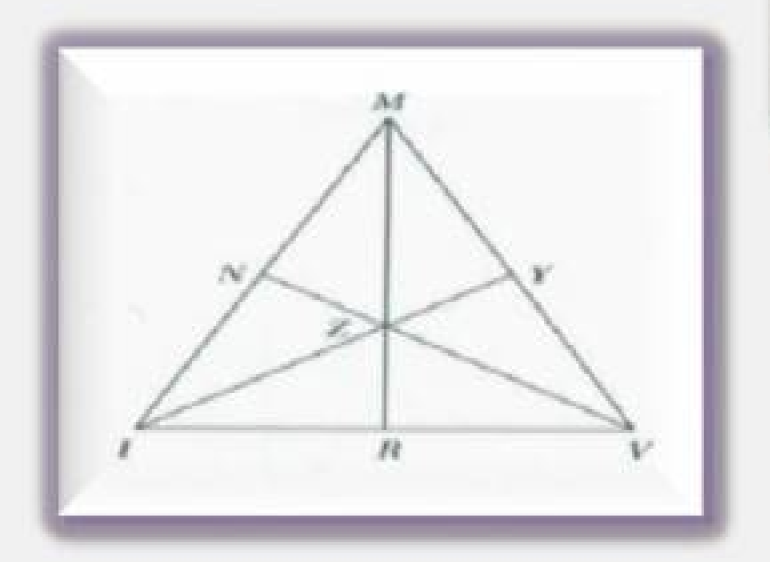
$CD = DP + PC = 15 + 30 = 45$



$PA = 2EP = 2 \times 18 = 36$



$EA = EP + AP = 36 + 18 = 54$



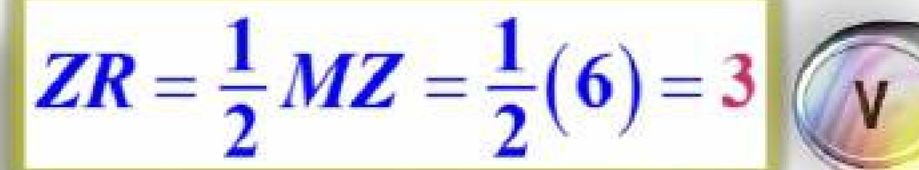
إذا كانت النقطة Z مركز ΔMIV، و12= ,NZ YI =186, =MZ ،
فأوجد طول كل مما يأتي:

7) ZR 8) YZ 9) MR

10) ZV 11) NV 12) IZ









$YZ = \frac{1}{3} YI = \frac{1}{3}(18) = 6$



$MR = MZ + ZR = 6 + 3 = 9$



$ZV = 2NZ = 2 \times 12 = 24$



$NV = NZ + ZV = 12 + 24 = 36$

١٢

$IZ = \frac{2}{3} YI = \frac{2}{3}(18) = 12$

13) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات مركز المثلث الذي رؤوسه: I(3,1), J(6,3), K(3,5)

احداثيان مركز المثلث هي $\left(\frac{I_x+J_x+K_x}{3}\ ,\ \frac{I_y+J_y+K_y}{3}\right)$

$$\left(\left(\frac{3+6+3}{3}\right),\left(\frac{1+3+5}{3}\right)\right)$$

$$(4\ ,\ 3)$$



14) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث الذي رؤوسه الذي: S(0,0), T(3,3), U(3,6)



14

إيجاد معادلة الارتفاع من U إلى: $\overline{ST}$

ميل $\overline{ST} = \frac{3}{3} = 1$ ، $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ اذن ميل العمودي = -1

$(y - y_1) = m(x - x_1)$.

$y - 6 = -x + 3$

$y = -x + 9$



إيجاد معادلة الارتفاع من T الى: $\overline{SU}$

ميل $\overline{SU} = \frac{6}{3} = 2$ ، $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ اذن ميل العمودي = -2

$(y - y_1) = m(x - x_1)$.

$y - 3 = -2x + 6$

$Y = -2x + 9$

بحل المعادلتين لإيجاد تقاطعهما بالطرح

نقطة التقاطع (0,9) وهي احداثي ملتقى ارتفاعات المثلث.

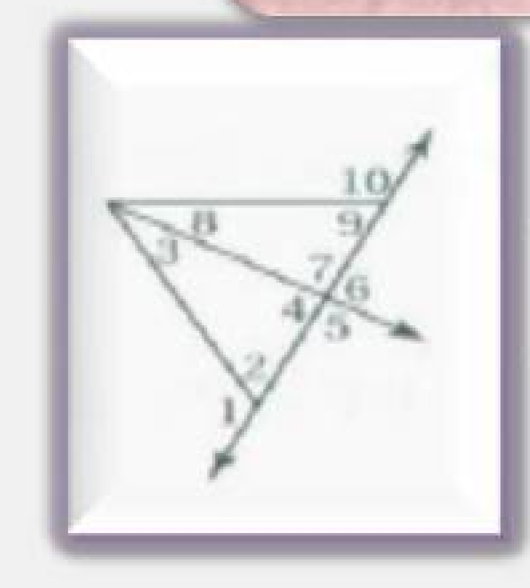
15) تزيين: يريد نبيل أن يزين حديقة بيته بتثبيت أعمدة وتعليق قطعة من الصفيح الملون مثلثة الشكل على كل عمود، على أن تبقى سطوح هذه القطع موازية لسطح الأرض، فكيف يعين نبيل نقطة التعليق لكل مثلث؟

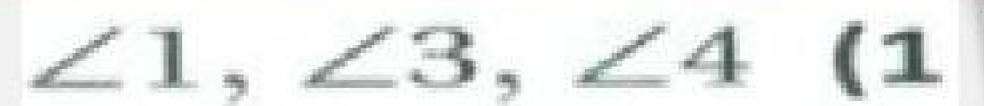






حدد الزاوية التي لها أكبر قياس في كل من الأسئلة الآتية مستعملا بالشكل المجاور:





2) $\angle 4, \angle 8, \angle 9$

3) $\angle 2, \angle 3, \angle 7$



الحل



$\angle 1$ زاوية خارجة



$\angle 4$ زاوية خارجة



$\angle 7$ زاوية خارجة



$\angle 10$ زاوية خارجة



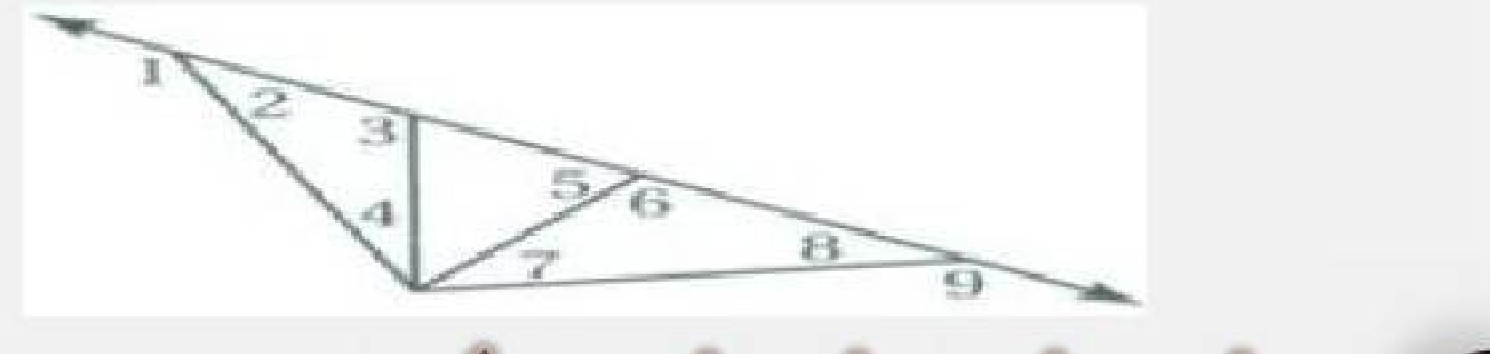
استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل من الأسئلة الآتية:

5) قياسها أقل من $m\angle 1$.

6) قياسها أقل من $m\angle 3$.

7) قياسها أكبر من $m\angle 7$.

8) قياسها أكبر من $m\angle 2$.

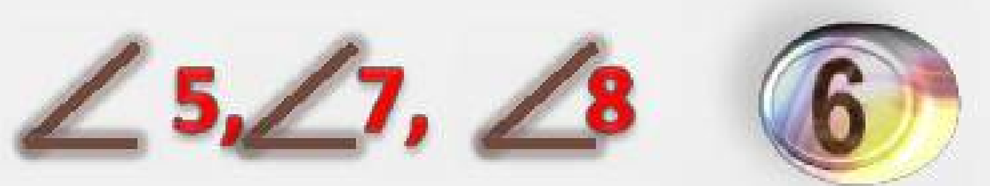


الحل



$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 7, \angle 8$

6





$\angle 1, \angle 3, \angle 5, \angle 9$

8

$\angle 6, \angle 9$

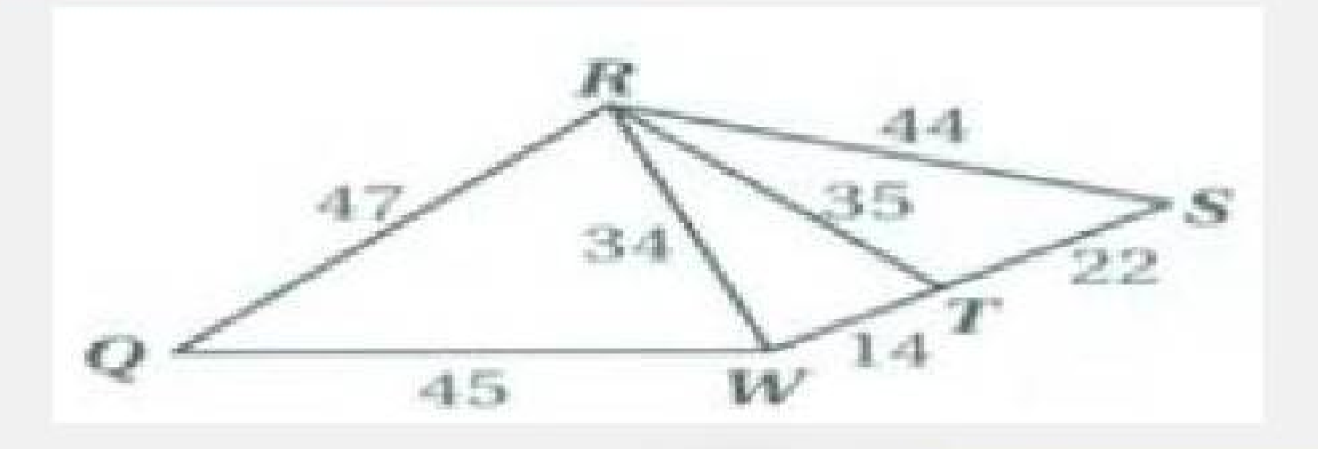
مستعملا الشكل المجاور، حدد العلاقة بين قياسي الزاويتين في كل من الأسئلة الآتية:

9) $\angle QRW, \angle RWQ$

10) $\angle RTW, \angle TWR$

11) $\angle RST, \angle TRS$

12) $\angle WQR, \angle QRW$







$\because RQ > QW$
$\therefore m\angle QRW < m\angle RWQ$



$\because RW < TR$
$\therefore m\angle RTW < m\angle TWR$



$\because RT > ST$
$\therefore m\angle RST > m\angle TRS$



$\because WR < QW$
$\therefore m\angle WQR < m\angle QRW$

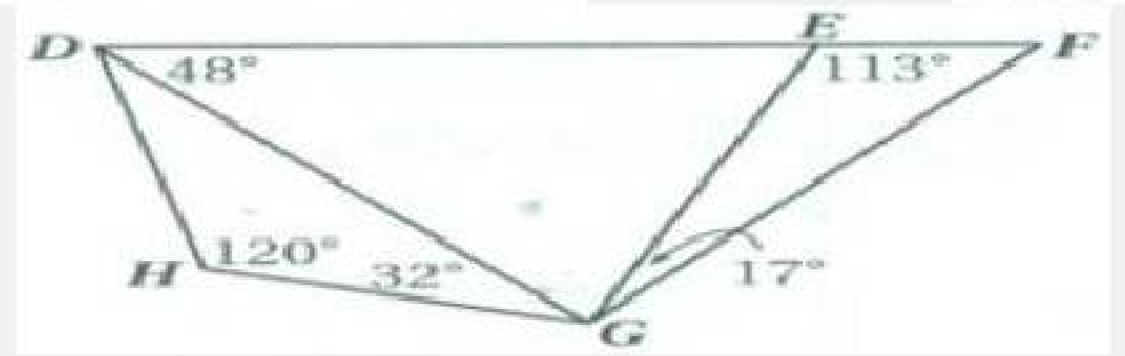
مستعملا الشكل المجاور، حدد العلاقة بين طولي كل قطعتين مستقيمتين في كل من الأسئلة الآتية:

13) $\overline{DH}, \overline{GH}$

14) $\overline{DE}, \overline{DG}$

15) $\overline{EG}, \overline{FG}$

16) $\overline{DE}, \overline{EG}$







$\because m\angle GDH = 180 - (120 + 32) = 28^\circ$

$\because m\angle DGH > m\angle GDH$

$\therefore \overline{DH} > \overline{GH}$



$m\angle DGE = 113 - 48 = 65^\circ$

$m\angle DEG = 180 - 113 = 67^\circ$

$\because m\angle DEG > m\angle DGE$

$\therefore \overline{DE} < \overline{DG}$

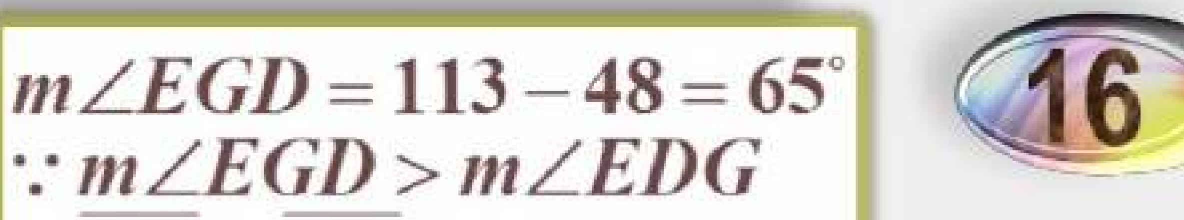


$m\angle EFG = 180 - (133 + 17) = 30^\circ$

$\because m\angle EFG < m\angle FEG$

$\therefore \overline{EG} < \overline{FG}$



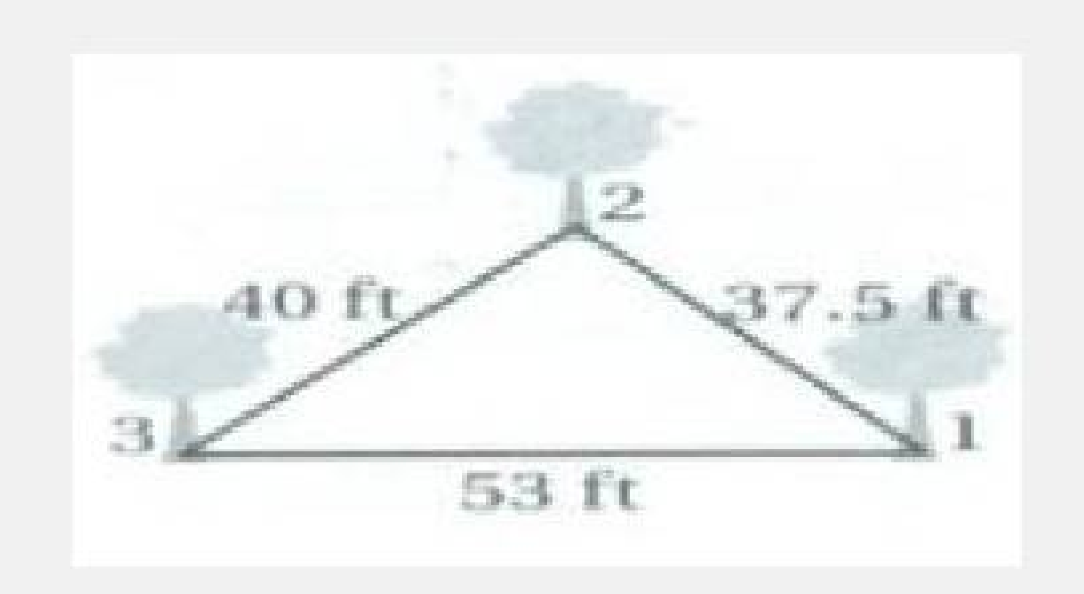


$m\angle EGD = 113 - 48 = 65^\circ$

$\because m\angle EGD > m\angle EDG$

$\therefore \overline{DE} > \overline{EG}$

17) حديقة: يبين الشكل المجاور مواقع ثلاث شجرات في حديقة. عند أي شجرة تكون الزاوية هي الأكبر؟







$\because\ 53 > 40 > 37.5$

$\therefore$ الشجرة 2 تقابل الزاوية الأكبر

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهانا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

1) $\overline{BD}$ تنصّف $\angle ABC$.

2) $RT = TS$





BD لا تنصف $\angle$ ABC



$TS \neq RT$



اكتب برهانا غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:

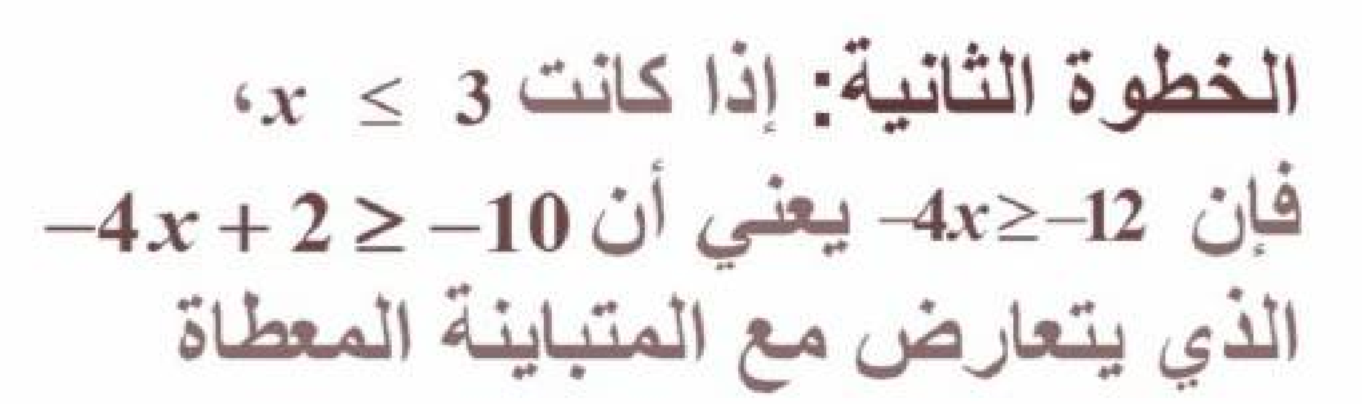
3) المعطيات: $-4x + 2 < -10$
المطلوب: $x > 3$





البرهان:

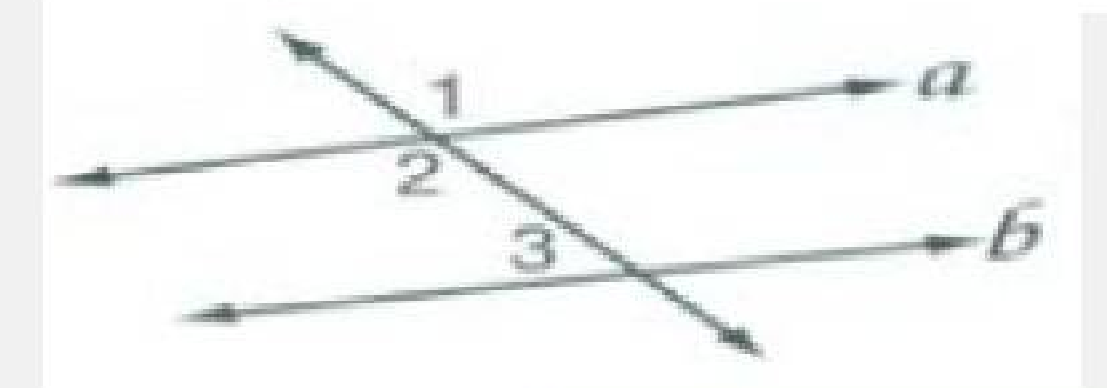
الخطوة الأولى: نفرض أن $X \le 3$.


الخطوة الثانية: إذا كانت $x \le 3$،
فإن $-4x \ge -12$ يعني أن $-4x + 2 \ge -10$
الذي يتعارض مع المتباينة المعطاة

الخطوة الثالثة: حيث افتراض أن $x \le 3$ يؤدي إلى التناقض، يجب أن يكون صحيحا أن $x > 3$

4) المعطيات: $m\angle 2 + m\angle 3 \neq 180$

المطلوب: $a \nparallel b$







البرهان:

الخطوةالأولى: نفرض أن $a \nparallel b$

الخطوة الثانية: إذا كان $a \nparallel b$، الزوايا الداخلية المتحالفة $\angle 3$,$\angle 2$ هي متكاملتان.وبالتالي هذا يتناقض المعطيات ان $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$

الخطوة الثالثة: حيث الافتراض يؤدي إلى التناقض،اذن الفرض $a \nparallel b$ غير صحيح. وبالتالي، يجب أن يكون $a \nparallel b$ صحيح.

5) فيزياء: تبلغ سرعة الصوت في الهواء نحو 344m في الثانية عندما تكون درجة الحرارة 20 C، إذا علمت أن عبد اللّٰه يسكن على بعد 2Km من مركز إطلاق صفارة الإنذار، وسمع صفارة الإنذار العامة الصادرة منه بعد 5s، فكيف يمكنك إثبات أن درجة الحرارة لم تكن 20 C عندما سمع عبد اللّٰه صوت الصفارة باستعمال البرهان غير المباشر؟





افترض أن درجة الحرارة كانت 20°C عندما سمع عبد الله صوت الصفارة و بما أن صوت الصفارة يستغرق أكثر من 5s حتى يصل أذنه، وهذا يعني بتناقض معطيات المسألة ولذا يكون افتراض أن درجة الحرارة كانت 20°C خطأ وهذه فان درجة الحرارة لم تكن 20°C عندما سمع صوت صفارة الإنذار.

٤-٥ متباينة المثلث
The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.

9 in, 12 in, 18 in





نعم لأن $9+12 > 18$



حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.

8 m, 9 m, 17 m





لا لأن $18 \not> 8+9$



حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.

14 cm, 14 cm, 19 cm





نعم لأن 19 < 14+14



حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.

23 km, 26 km, 50 km





لا لأن $23+26 \not> 50$



حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.



32 m, 41 m, 63 m



نعم لأن 63 < 32+41



حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.



2.7 cm, 3.1 cm, 4.3 cm



نعم، لأن $2.7+3.1 > 4.3$



الفصل الرابع ٤-٥ متباينة المثلث

The Triangle Inequality

حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.



0.7, 1 in.4 in, 2.1 in



لا، لأن $0.7+1.4 \not> 2.1$



حدد ما إذا كانت كل من القياسات المعطاة تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.



12.3 m, 13.9 m, 25.2 m



نعم، لأن $12.3+13.9 > 25.2$



اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:





$$19 - 6 < n < 19 + 6$$

$$13 < n < 25$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:



7 km , 29 km



$$29 - 7 < n < 29 + 7$$

$$22 \text{ km} < n < 36 \text{ km}$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:



13 in , 27 in



$$27 - 13 < n < 27 + 13$$

$$14 \text{ in} < n < 40 \text{ in}$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:



18 ft , 23 ft



$$23 - 18 < n < 23 + 18$$

$$5 \text{ ft} < n < 41 \text{ ft}$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:



25 cm , 38 cm



$$38 - 25 < n < 38 + 25$$

$$13yd < n < 63yd$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:



31 cm , 39 cm



$$39 - 31 < n < 39 + 31$$

$$8 \text{ cm} < n < 70 \text{ cm}$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:



42 m , 6 m



$$42 - 6 < n < 42 + 6$$

$$36\ m < n < 48\ m$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولا ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي:

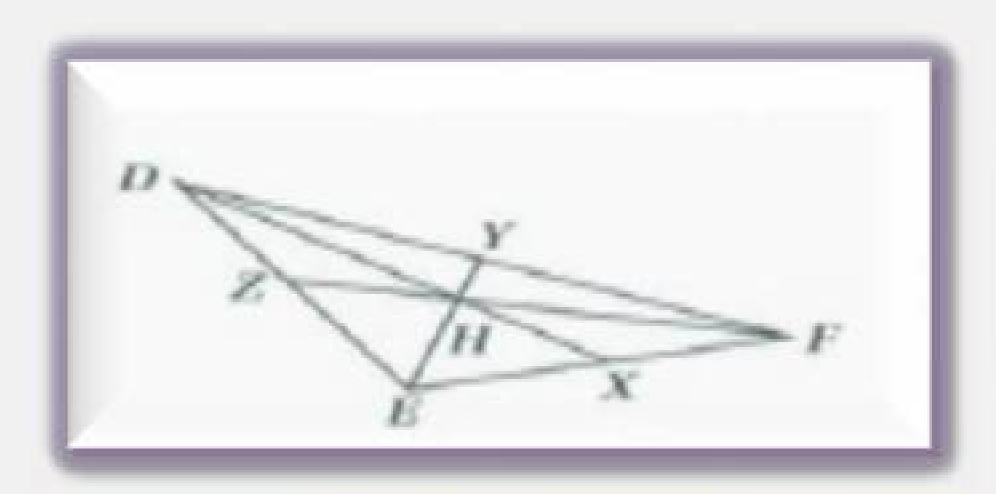


54 in , 7 in



$$54 - 7 < n < 54 + 7$$

$$47 \text{ in} < n < 61 \text{ in}$$



17) المعطيات: النقطة HمركزΔEDF
المطلوب: $EY + FY > DE$

البرهان:

المبررات	العبارات
1) معطى	1) H مركز $\triangle EDF$
2) ______	2) $\overline{EY}$ قطعة متوسطة
3) تعريف القطعة المتوسطة	3) ______
4) تعريف نقطة المنتصف	4) ______
5) ______	5) $EY + DY > DE$
6) ______	6) $EY + FY > DE$



البرهان	
المبررات	العبارات
1) معطى	1)Hمركز EDF △
2)تعريف مركز المثلث	2)$\overline{EY}$ قطعة متوسطة
3) تعريف القطعة المتوسطة	3) Yمنتصف $\overline{DF}$
4) تعريف نقطة المنتصف	4) $DY= FY$
5)نظرية متباينة المثلث	5)$EY+ DY > DE$
6)بالتعويض	6)$EY+ FY > DE$

18)سياج: لدى سفيان 4 قطع خشبية، ويرغب في استعمالها ليصنع نماذج مثلثة الشكل لسياج حديقة. إذا كانت أطوال القطع الخشبية هي: 18in,12in,10in,8in، فما عدد نماذج السياج المختلفة التي يمكن أن يكونها باستعمال ثلاث قطع منها دون قصها؟





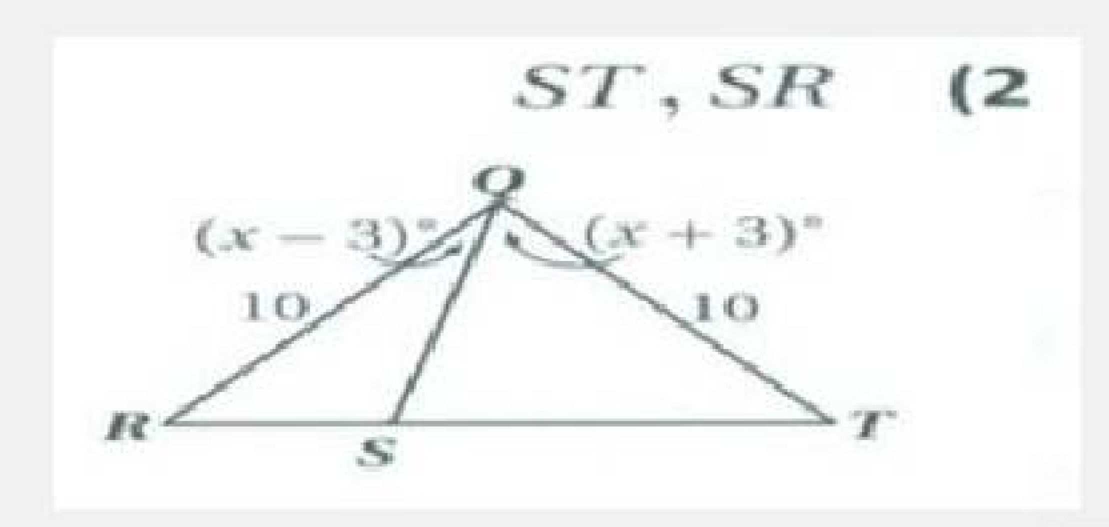
3 نماذج.

الفصل الرابع ٤-٦ المتباينات في مثلثين
Triangles Inequalities In Two

قارن بين القياسين المحددين في كل من الأسئلة الآتية:

1) AB , BK

B, 30°, A, 40°, M, 60°, K



الحل



AB > BR

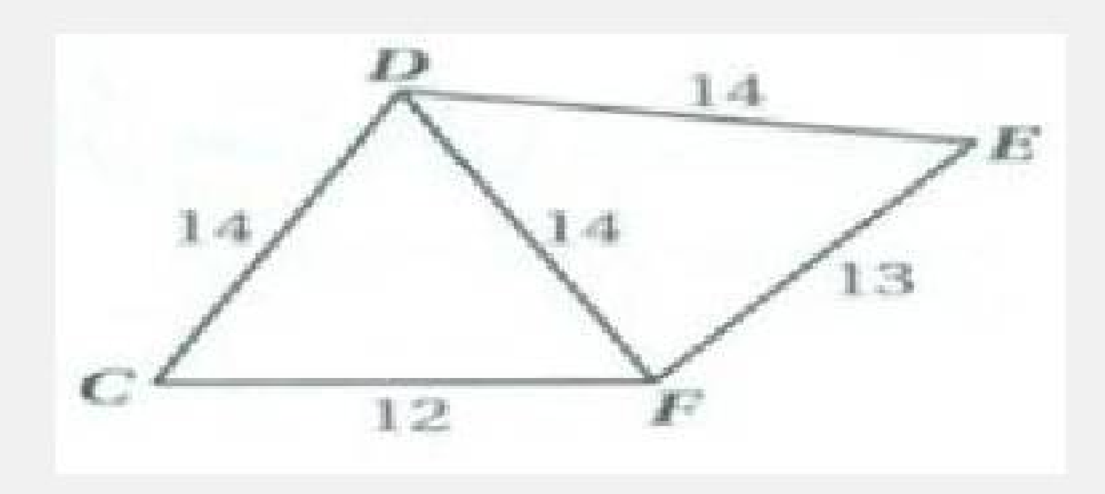
2

ST > SR





$m\angle CDF, m\angle EDF$



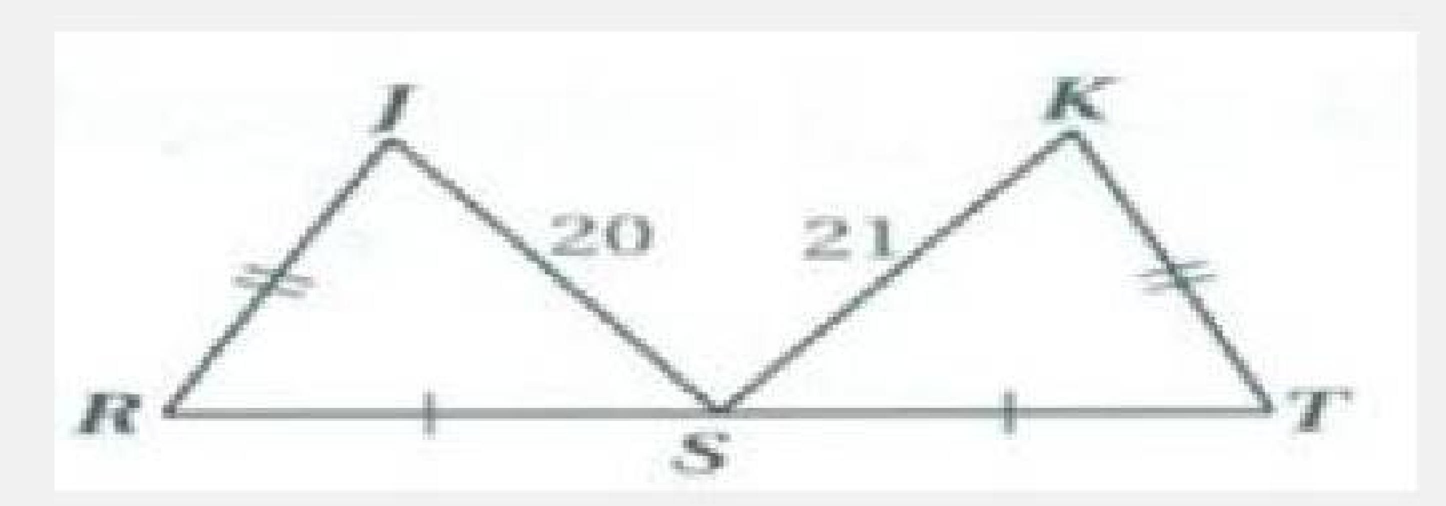




$m\angle CDF > m\angle EDF$



$m\angle R \, , \, m\angle T$









5) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين.

5) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين .

المعطيات: G نقطة منتصف $\overline{DF}$

$m\angle 1 > m\angle 2$

المطلوب: $ED > EF$





البرهان	
العبارات	المبررات
1) G منتصف $\overline{DF}$	1)معطى
2) $\overline{FG} \cong \overline{DG}$	2)تعريف نقطة المنتصف
3) $\overline{EG} \cong \overline{EG}$	3)خاصية الانعكاس
4) $m\angle 2 < m\angle 1$	4)معطى
5) $ED > EF$	5)نظرية المتباينة SAS

6) أدوات: استعمل سلطان زردية كما في الشكل المجاور لإصلاح كرسي. وقد لاحظ أنه عندما تؤثر قوة في المقبضين، فإن الزاوية بينهما تصغر، مما يؤدي إلى تناقص المسافة بينهما. فهل تعد الزردية مثالا على المتباينة SAS أم عكسها؟







مثال على المتباينة SAS